

Institut für Festkörperforschung (IFF)

***Methoden zur Verbesserung der  
Auflösung der Magnetotomographie  
bei Brennstoffzellenstacks***

*Sabrina Aloisia Both*





***Methoden zur Verbesserung der  
Auflösung der Magnetotomographie  
bei Brennstoffzellenstacks***

*Sabrina Aloisia Both*

Berichte des Forschungszentrums Jülich; 4311  
ISSN 0944-2952  
Institut für Festkörperforschung (IFF)  
Jül-4311

Vollständig frei verfügbar im Internet auf dem Jülicher Open Access Server (JUWEL) unter  
<http://www.fz-juelich.de/zb/juwel>

Zu beziehen durch: Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek, Verlag  
D-52425 Jülich · Bundesrepublik Deutschland  
☎ 02461 61-5220 · Telefax: 02461 61-6103 · e-mail: [zb-publikation@fz-juelich.de](mailto:zb-publikation@fz-juelich.de)

Diese Arbeit ist eine Fortsetzung und Erweiterung meiner Diplomarbeit, die für einen Diplomabschluss an der FH-Aachen, Standort Jülich, im IFF des Forschungszentrums Jülich angefertigt wurde.



# Abstract

Malfunctioning fuel cells of a stack generate local transverse electrical currents. By applying a new procedure[1], these can be forced to appear at the surface of the stack. It has already been shown[2, 3, 4] that low-cost ammeters attached to the surface of each single cell can measure these surface currents and thus provide detailed information about the electric current distribution in the stack. In this work an alternative is investigated, namely: Is it possible to obtain the same information about the current distribution by use of magnetotomographic methods. It turns out that this is not only possible in principle but also that in this case - in contrast to conventional magnetotomography[5] - the magnetic fields need not be measured with particularly high precision. Thus this alternative is interesting since no built in measuring devices are needed.



Während des Betriebes im Stack treten bei Störungen an einer Brennstoffzelle lokale Querströme auf. Diese können bei Anwendung eines neuen Verfahrens[1] an die Oberfläche des Stacks gezwungen werden. Es wurde bereits gezeigt[2, 3, 4], dass von an der Außenseite jeder Brennstoffzelle angebrachten Amperemeter diese Oberflächenströme ohne weiteres direkt gemessen und benutzt werden können, den Zustand des Stacks zu diagnostizieren. In dieser Arbeit wird untersucht, ob auch mit Hilfe von magnetotomographischen Methoden die Ströme und insbesondere die Oberflächenströme genügend genau bestimmt werden können. In der Arbeit wird nachgewiesen, dass dies mit Messgeräten möglich ist, die keine besonders hohen Anforderungen an Genauigkeit der Magnetfeldmessung zu erfüllen brauchen. Damit wird die Magnetotomographie[5] für diesen nichtkonventionellen Fall zu einer interessanten Alternative, da sie keiner festeingebauten Messgeräte bedarf.





# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Überblick</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	1
1.2	Aufbau und Funktionsweise der Methanol-Brennstoffzelle (DMFC) . . . . .	2
1.3	Brennstoffzellenstack . . . . .	4
1.4	Problembeschreibung . . . . .	5
1.5	Bisherige Ergebnisse . . . . .	6
1.6	Lösungsansatz und Zielsetzung . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>11</b>
2.1	Mathematische Grundlagen . . . . .	11
2.1.1	Die Singulärwertzerlegung . . . . .	11
2.2	Physikalische Grundlagen . . . . .	12
2.2.1	Ohmsches Gesetz . . . . .	12
2.2.2	Maxwellsche Gleichungen . . . . .	13
2.2.3	Biot-Savart-Gesetz . . . . .	15
2.3	Abhängigkeiten der physikalischen Messgrößen . . . . .	16
2.3.1	Die Stromdichteverteilung . . . . .	16
2.3.2	Inverses Problem . . . . .	17
2.3.3	Abhängigkeit des Magnetfelds von den Stegströmen . . . . .	20
2.4	Bedeutung der Singulärwerte für die Genauigkeitsanforderung an die Mess- geräte . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Implementierung</b>	<b>24</b>
3.1	Modellierung . . . . .	24
3.1.1	Gittergenerierung . . . . .	24
3.1.2	Geometrie, Erdung und Neumann-Randbedingung . . . . .	26
3.1.3	Leitfähigkeiten . . . . .	27
3.1.4	Magnetfeldmesspunkte . . . . .	29
3.1.5	Festlegung der Leitfähigkeits-Komponenten zur Ableitung von $j$ . . . . .	30
3.1.6	Ableitung nach den Stegströmen . . . . .	33
3.2	Programmaufbau . . . . .	34

3.2.1	Überblick über die wesentlichen Programmkomponenten . . . . .	34
3.2.2	Entkopplung der MEA . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Resultate</b>	<b>37</b>
4.1	Konservative Variante . . . . .	38
4.1.1	DMFC-Stack mit ungeschlitzten Aluminiumplatten . . . . .	38
4.1.2	DMFC-Stack mit geschlitzten Aluminiumplatten . . . . .	40
4.1.3	Vergleich beider Modelle . . . . .	43
4.2	Ansatz zur Bestimmung der Steg-Ströme . . . . .	43
4.2.1	Untersuchung einer Zelle . . . . .	43
4.2.2	Untersuchung mehrerer Zellen . . . . .	46
4.2.3	Erweiterung der Schlitzanzahl . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>53</b>
5.1	Fazit . . . . .	53
5.2	Ausblick . . . . .	55

# Kapitel 1

## Überblick

### 1.1 Motivation

Aufgrund der hohen Umweltbelastung durch fossile Brennstoffe sowie deren Ressourcenknappheit sind regenerative Energiequellen heutzutage stark begehrt. Neben der Nutzung von Wind, Wasser, Sonne und Geothermie zur Erzeugung von Elektrizität bietet die Brennstoffzellentechnologie eine attraktive Ergänzung. Eine Brennstoffzelle ist ein galvanisches Element und wandelt somit ähnlich wie bei einer Batterie chemische in elektrische Energie um. Es handelt sich um das Prinzip einer umgekehrten Elektrolyse. Die genaue Funktionsweise wird im folgenden Kapitel erläutert.

Im Gegensatz zu herkömmlichen Technologien, welche über mehrere, verlustbehaftete Zwischenstufen (Wärme und mechanische Energie) laufen, weist die Brennstoffzelle einen wesentlich höheren elektrischen Wirkungsgrad<sup>1</sup> auf. Zusätzlich kann die bei der Energieumwandlung entstehende Wärme weitergenutzt werden, wodurch sich ein sehr hoher Gesamtnutzungsgrad des eingesetzten Brennstoffes ergibt. Weitere Vorteile liegen unter anderem in lokaler Emissionsarmut, hoher Flexibilität in der Betriebsweise, modularem Aufbau sowie der geringen Geräuschbelastung.

Es gibt mehrere verschiedene Arten von Brennstoffzellen, welche sich jedoch in Aufbau sowie Funktionsweise nicht grundlegend unterscheiden. Sie heben sich durch ihre Leistung, eingesetzten Materialien beziehungsweise Brennstoffen sowie ihre Betriebstemperatur voneinander ab. So differenziert man zwischen Hochtemperaturbrennstoffzellen, welche eine Betriebstemperatur zwischen 600°C und 1000°C erreichen können, und den Niedertemperaturbrennstoffzellen, die mit Temperaturen unter 200°C betrieben werden. Die Hochtemperaturbrennstoffzellen, zu denen die Karbonatschmelze-Brennstoffzelle (MCFC = Molten Carbonate Fuel Cell bei 650°C) sowie die Festoxid-Brennstoffzelle (SOFC = Solid Oxide Fuel Cell bei 950°C - 1000°C) zählen, erzielen zwar einen relativ hohen Wirkungsgrad von 47-48%, sind jedoch aufgrund ihrer hohen Betriebstemperaturen für den mobilen Gebrauch (z.B. in Pkws, Laptops etc.) ungeeignet. Sie werden für den stationären Einsatz

---

<sup>1</sup>Wirkungsgrad: Verhältnis von abgegebener Leistung zu zugeführter Leistung

sowie für Großgeräte (wie z.B. LKWs und Schiffe) entwickelt und eignen sich besonders für die Kraft-Wärme-Kopplung in industriellen und gewerblichen Anwendungen, wo hohe Temperaturen benötigt werden (Prozesswärme<sup>2</sup>).

Zur mobilen Anwendung bieten sich wiederum die Niedertemperaturbrennstoffzellen an. Unter diese Kategorie fallen unter anderem die Alkalische Brennstoffzelle (AFC = Alkaline Fuel Cell), die Polymer-Elektrolyt-Brennstoffzelle (PEMFC = Proton Exchange Membrane Fuel Cell) und die Phosphorsäure-Elektrolyt-Brennstoffzelle (PAFC = Phosphoric Acid Fuel Cell). Diese Brennstoffzellentypen verwenden in der Regel Wasserstoff als Energieträger. Allerdings ist dieser schwer zu speichern und verlangt für Anwendungen mit höheren Leistungen eine teure Wasserstoffinfrastruktur.

Für die stationären Anwendungen erzeugt man den Wasserstoff in einer der Brennstoffzelle vorgeschalteten Reformieranlage z.B. aus Erdgas. Für kleinere Leistungsbereiche versucht man auch direkt, das weniger reaktive Methanol oder Ethanol einzusetzen, die im flüssigen Zustand besser speicherbar sind. Die Direkt-Methanol-Brennstoffzelle (DMFC = Direct Methanol Fuel Cell), welche ebenfalls unter die Kategorie der Niedrigtemperaturzellen fällt und eine Modifikation der PEMFC darstellt, ist die einzige Niedertemperaturzelle, die nicht Wasserstoff, sondern Methanol als Energiequelle einsetzt, womit ein Reformierflüssig wird. Dadurch verringern sich das Gesamtgewicht, das Systemvolumen sowie die Betriebskosten. Sie hat somit ebenfalls wie die anderen Niedertemperaturbrennstoffzellen eine hohe Bedeutung für die Automobilindustrie. Die DMFC hat einen Wirkungsgrad von etwa 40% und ist aufgrund ihres geringen Gewichtes ebenso für den Einsatz in kleinen, tragbaren Systemen brauchbar, was dazu führt, dass sie in vielen Gebieten den Akku ablösen kann.

Für alle weiteren Betrachtungen wird in dieser Arbeit von dem Modell der DMFC ausgegangen, da diese Zelle als Experimentierbrennstoffzelle für alle Simulationen diene. Jedoch sind die angewendeten Verfahren auf alle Niedertemperaturbrennstoffzellen übertragbar.

## 1.2 Aufbau und Funktionsweise der Methanol-Brennstoffzelle (DMFC)

Das Kernstück der DMFC-Brennstoffzelle ist die Membran-Elektroden-Einheit (MEA), bestehend aus zwei Elektrodenplatten, der Anode (Minuspol) und der Kathode (Pluspol), getrennt durch eine feste, ionendurchlässige Polymer-Membran als Elektrolyt. Die Elektrodenplatten sind jeweils mit einem Katalysator beschichtet, welcher bei Niedrigtemperatur-Brennstoffzellen meist aus Edelmetallen wie zum Beispiel Platin besteht, um die Reaktionsgeschwindigkeit zu erhöhen. Die Elektroden sind wiederum von einer Gasdiffusionsschicht (Gasverteiler) sowie Flowfield-Platten (Verteilerstrukturen) ummantelt. Die Diffusions-

---

<sup>2</sup>Prozesswärme: Wärme, die für technische Prozesse und Verfahren benötigt wird. Sie wird durch Verbrennungsprozesse oder elektrischen Strom erzeugt und kann zum Teil als Abwärme zurückgewonnen werden.

schichten sind notwendig, um die Reaktanden<sup>3</sup> zur und die Reaktionsprodukte von der Elektrodenoberfläche zu transportieren. In die Flowfield-Platten, welche bei den Untersuchungen für diese Arbeit aus Grafit bestehen und zur gleichmäßigen Verteilung der Reaktanden in der Zelle dienen, sind jeweils feine Gaskanalstrukturen eingefräst. Zusätzliche Aufgaben dieser Platten sind die elektrische Kontaktierung der Elektroden der Brennstoffzellen sowie die Weiterleitung des Stroms zur benachbarten Zelle.

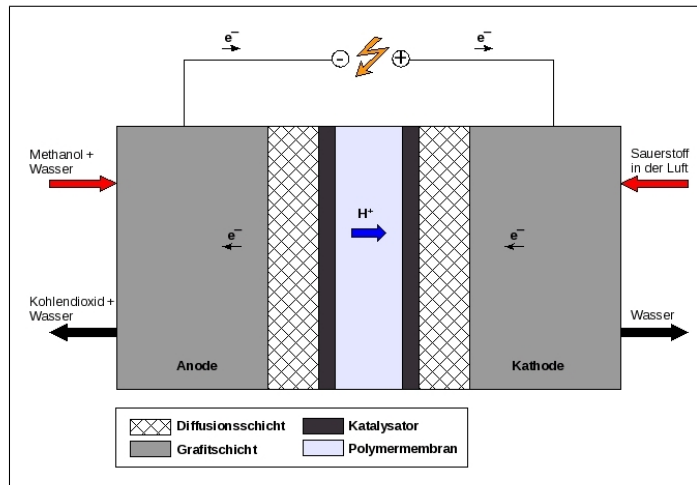
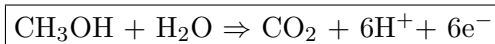


Abbildung 1.1: Aufbau und Funktionsweise der DMFC

Zur mechanischen Stabilisierung der Schichten wird in dieser Ausarbeitung von nichtmagnetischem, elektrisch leitendem, korrosionsfestem Stahl ausgegangen, der keinerlei negative Auswirkungen auf die Zelle hat. Allerdings kann beispielsweise auch auf Aluminium oder andere Materialien, die diese Voraussetzungen erfüllen zurückgegriffen werden.

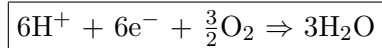
Die Arbeitsweise der DMFC unterscheidet sich nur geringfügig von anderen Brennstoffzellen. Die Diffusionsschicht ist dafür zuständig, die Brennstoffe zur Katalysatorschicht zu leiten und die im Katalysator entstandenen Verbrennungsprodukte aus der Reaktionszone abzutransportieren. Das Gas Sauerstoff ( $O_2$ ), welches sich in der Diffusionsschicht an der Kathode befindet, sowie Methanol ( $CH_3OH$ ) und Wasser ( $H_2O$ ) an der Anode wandern somit vom Gasraum in die Katalysatoren. Am anodischen Katalysator reagiert das Methanol mit Wasser zu Kohlendioxid ( $CO_2$ ) und Wasserstoff. Dabei gibt jedes Wasserstoffatom sein Elektron ab.



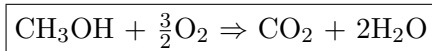
Die Elektronen fließen von der Anode zur Kathode, was über einen äußeren Stromkreis erfolgt, und bewirken einen elektrischen Stromfluss, der einen Verbraucher mit elektrischer Energie versorgen kann. Das Kohlendioxid wird durch die Diffusionsschicht an die Umwelt freigegeben. Die Protonen hingegen wandern aufgrund der Potentialdifferenz durch die

<sup>3</sup>Reaktand/ Edukt: Ausgangsstoff bevor eine chemische Reaktion abgelaufen ist

protonenleitende Polymer-Elektrolyt-Membran zur Kathode. Die Elektronen an der Kathode rekombinieren mit einem Sauerstoff-Molekül zu negativ geladenen Sauerstoff-Ionen. Beim Durchtritt der Wasserstoffprotonen durch den Elektrolyten findet ein Ladungsausgleich statt. Jeweils zwei Protonen reagieren mit Elektronen und Sauerstoff zu Wasser. Die Reaktionsprodukte (in diesem Fall Reaktionswasser) werden wiederum durch die kathodische Diffusionsschicht abgegeben und können ohne Abgasaufbereitung in die Umwelt abgeleitet werden, weil die Umsetzung ohne Erzeugung von Schadstoffen abläuft.



Zusammengefasst kommt es in einer DMFC zu folgender chemischen Gesamt-Reaktion:



Der Idealfall setzt voraus, dass in der Brennstoffzelle lediglich die oben aufgeführten Reaktionen stattfinden. Die Zelle würde somit eine Leerlaufspannung von 1.2 Volt und einen Wirkungsgrad von 95% erreichen. Doch in der Realität sieht dies anders aus: Die Polymermembran lässt teilweise Sauerstoff sowie Methanol durch, so dass es zu direkten Reaktionen an beiden Elektrodenseiten kommt. Bei einer solchen direkten Reaktion werden keine Elektronen freigesetzt, so dass kein Strom fließen kann und daher die Leerlaufspannung  $U_L$  (unter 0.7 Volt) sowie der Wirkungsgrad (35%) abnehmen.

Weiterhin ist bekannt, dass diese Leerlaufspannung bei Last einen Spannungsabfall von  $U_A = -0.3\text{V}$  erfährt. Aufgrund des Ladungserhaltungssatzes gilt, dass bei einem externen Elektronenfluss vom Minus- zum Pluspol innerhalb der Brennstoffzelle ein Protonenfluss von  $-$  nach  $+$  stattfindet, der eine ständige Energiezufuhr erfordert. Diese wird durch die chemischen Vorgänge in der Zelle geliefert, was in einem Ersatzschaltbild dargestellt werden kann und in der Arbeit von Telschow [7] in detaillierter Form beschrieben ist. Dazu ist konsistent, dass im Inneren der Zelle die Spannung  $U_A$  anstelle von  $U_L$  betrachtet werden muss, so dass der elektrische Strom im Inneren bezüglich  $U_A$  richtig fließt.

### 1.3 Brennstoffzellenstack

Um nun Brennstoffzellensysteme mit hoher Leistung zu entwickeln, werden mehrere Brennstoffzellenelemente in horizontaler Lage zu einem kompakten Zellenstapel zusammengefügt, welcher als Stack bekannt ist. In der Abbildung 1.2 ist ein solcher Aufbau eines „Mini“-Stacks, welcher aus fünf Einzelzellen zusammengesetzt ist, schematisch dargestellt.

In diesem Aufbau summieren sich laut Kirchhoffschem Gesetz<sup>4</sup> die Spannungen der einzelnen Zellen. Bei konstantem Zellstrom lassen sich somit höhere Gesamtleistungen realisieren. In solch einem Fall benötigen die Flowfields auf beiden Seiten Strukturen,

---

<sup>4</sup>2. Kirchhoffsches Gesetz: Die Summe aller Spannungen in einem geschlossenen Stromkreis ist gleich Null.

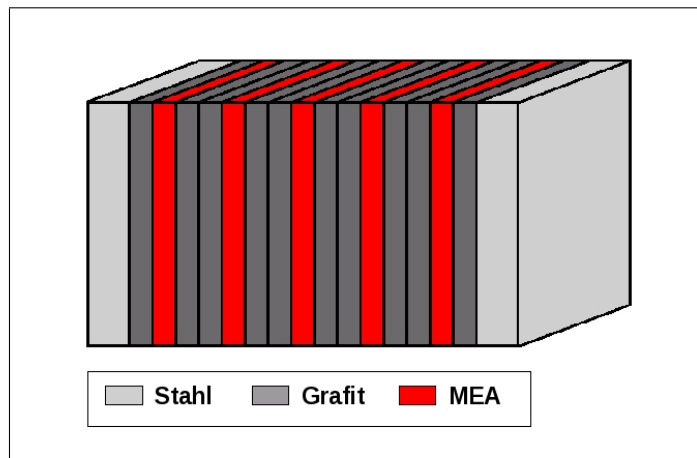


Abbildung 1.2: Schematische Darstellung eines Brennstoffzellenstacks

weshalb sie auch als Bipolarplatten bezeichnet werden. Die Stahlplatten befinden sich beim Stack nicht mehr an den beiden Enden der Einzelzelle, sondern an den Enden des Stacks, was zusätzlich zur Stabilisierung auch - aufgrund der hohen elektrischen Leitfähigkeit - zu einer schnellen Homogenisierung des Stromverlaufes (z.B. bei punktueller Stromeinleitung) führt. Ansonsten ändert sich die Struktur der einzelnen Zellen nicht. Der bipolare Aufbau realisiert bei Antrieb einen horizontalen Fluss der Reaktionsprodukte sowie der Reaktionsedukte. Benachbarte Zellen sind über die Bipolarplatten elektrisch leitend verbunden, so dass die Elektronen von der Anode der einen Zelle zur Kathode der nächsten Zelle gelangen können.

Der in dieser Arbeit betrachtete Standard-Experimentierbrennstoffzellenstack ist aus 51 Direkt-Methanol-Einzelzellen zusammengesetzt. Dabei hat jede Grafitschicht sowie jede MEA (bestehend aus Membran, Diffusionsschicht und Katalysator) eine Dicke von  $1\text{mm}$ . Die Breite der Stahlummantelung beträgt  $5\text{mm}$ , womit sich eine Gesamtlänge von  $163\text{mm}$  ergibt. Zur Vereinfachung besitzen alle Schichten eine Querschnittsfläche von  $150\text{mm} \times 150\text{mm}$ .

## 1.4 Problembeschreibung

Die Wirkungsweise und damit die Effektivität einer Brennstoffzelle ist einerseits stark von der Betriebsführung der Brennstoffzelle, insbesondere von dem Wasser- und Wärmemanagement, und andererseits von der Bauweise, beispielsweise der Geometrie der Gaskanäle, abhängig. Während der Betriebsführung einer Brennstoffzelle treten regelmäßig Inhomogenitäten innerhalb der Brennstoffkonzentration entlang der Flowfield-Platte auf, welche ebenfalls zu Inhomogenitäten in der Stromverteilung entlang der Elektrode führen. Neben



der Brennstoffkonzentration beeinflussen auch die Permeabilität<sup>5</sup> der Polymermembran, das Wassermanagement und die Temperaturverteilung die Stromverteilung in einer Zelle, wovon der Wirkungsgrad in erheblicher Weise abhängt.

Die Optimierung dieser Faktoren setzt daher insbesondere die genaue Kenntnis der lokalen Stromdichteverteilung in der Einzelzelle beziehungsweise in dem Brennstoffzellenstapel voraus.

Damit die Leistung der Brennstoffzelle optimal ausgenutzt wird, müssten die Ströme möglichst homogen sein. Doch dies ist aufgrund der eben erwähnten Faktoren nicht direkt berechenbar. Um nun mögliche Perturbationen<sup>6</sup> und deren Lage in der Zelle detektieren zu können, bietet sich die Methode der Magnetotomographie (vgl. [5]) sehr an, da nicht auf invasive Methoden<sup>7</sup> zurückgegriffen werden muss und somit keine zusätzlichen Beeinflussungen der Stromverteilung entstehen. Da jeder Strom ein Magnetfeld erzeugt, ist es möglich, dieses mit Hilfe spezieller Messgeräte zu erfassen und damit Rückschlüsse auf die Stromdichteverteilung innerhalb der Zelle zu führen. Die tomographischen Methoden liefern allerdings nicht immer eindeutige Ergebnisse. Betrachtet man z.B. eine rotationsymmetrische Ladungsverteilung mit der Gesamtladung  $Q$  um einen Ort  $P$ , so ist das davon erzeugte elektrische Feld identisch mit dem elektrischen Feld einer Punktladung  $Q$  an eben dieser Stelle  $P$ . Die Feldmessung liefert somit keine eindeutigen Hinweise auf die Art der Ladungsverteilung. Bei der Magnetfeldmessung sieht dies analog aus: Existiert ein in einer Richtung unendlich ausgedehnter Leiter mit einer bestimmten Stromdichteverteilung und ersetzt man an jedem einzelnen Punkt einen in diese Richtung weisenden Strom durch eine bezüglich dieses Punktes zylindersymmetrische Stromdichte gleicher Stärke, so entsteht das gleiche Magnetfeld. Die konträre Betrachtung lässt die Frage aufkommen, ob eine eindeutige Rekonstruktion einer Stromdichteverteilung aus einem gegebenen Magnetfeld möglich ist und wenn ja, ob man dann mit vertretbarem Messaufwand eine akzeptable Genauigkeit der Stromdichteverteilung erreichen kann respektive welche relative Genauigkeit der Messapparaturen verlangt wird.

Diese Fragestellungen sind auch in vorangegangenen Arbeiten untersucht worden. Eine kurze Zusammenfassung bietet das folgende Kapitel. Gegenstand dieser Arbeit ist, inwieweit man diese Betrachtungen auf einen Brennstoffzellenstack ausweiten kann, welche technischen Methoden sich zur Erhöhung der Genauigkeit der Stromdichteverteilung anbieten und inwieweit dadurch Perturbationen innerhalb des Stacks zu detektieren sind.

## 1.5 Bisherige Ergebnisse

Zur Erklärung einiger der im letzten Kapitel erwähnten Fragestellungen wird in den nächsten Kapiteln auf die zu dieser Ausarbeitung vorhergehenden Diplomarbeiten von Schmidt

---

<sup>5</sup>Permeabilität: Durchlässigkeit von Materie für andere Atome, Moleküle oder Ionen

<sup>6</sup>Perturbation: Störung

<sup>7</sup>invasive Methoden: Methoden, die in den Körper eindringen

[6], Telschow [7] und Hirschfeld [2] verwiesen.

Mit Hilfe der numerischen Sensitivitätsanalyse konnte Schmidt [6] in seiner Arbeit die Frage nach der eindeutigen Lösbarkeit des Tomographieproblems und dessen Abhängigkeit von der relativen Genauigkeit der Messgeräte lösen. Dazu erzeugte er zunächst ein diskretes<sup>8</sup> Modell einer einzelnen Brennstoffzelle und untersuchte, bei welchen Auflösungen der Diskretisierung eine Variation der Stromdichteverteilung eine Änderung im Magnetfeld erzeugt, so dass diese von den Magnetfeldmessgeräten erfasst werden können. Aus den Stromdichteverteilungen innerhalb der MEA wurde nun das Magnetfeld berechnet, was als Vorwärtsproblem bekannt ist, und schließlich überprüft, bei welchem relativen Fehler der Messapparaturen eine Invertierung des Vorwärtsproblems möglich ist, um aus einem gegebenen Magnetfeld Rückschlüsse über die Stromdichten ziehen zu können (inverses Problem), da in der Realität die Stromdichten unbekannt sind. Dabei ist der Abstand der Messsensoren zum Brennstoffzellenstack nicht unwichtig, denn es stellte sich heraus, dass die relative Genauigkeit bei näheren Magnetfeldmesspunkten steigt. Die Erklärung dafür ist, dass die von den Zellen erzeugten Magnetfelder nach außen hin immer glatter und schwächer werden. Das folgende Beispiel verdeutlicht dies: Platziert man zwei Permanentmagneten nicht weit voneinander entfernt, so sind die beiden Dauermagneten ab einer bestimmten Entfernung nicht mehr von einem einzelnen Magneten mit doppelter Stärke zu unterscheiden. Die Arbeit weist weiterhin darauf hin, dass die Relevanz der Magnetfeldmesspunkte an den beiden Stirnseiten der Einzelzelle wesentlich höher ist als um die Zelle herum.

Die Arbeiten von Schmidt [6] und Telschow [7] gehen auf diesen Effekt näher ein und stellen Methoden vor, mit denen die Magnetfeldmesspunkte in Hinblick auf ihre Relevanz bezüglich der Rekonstruktion der Stromdichteverteilung mit einer  $\zeta$ -Funktion[8, 9] gewichtet werden. Die Messpunkte, welche den Wert einer vorgegebenen Schranke  $d\zeta$  unterschreiten, werden dabei eliminiert. Dies ist in der Arbeit von Gülak [10] genauer nachzulesen. Es wurden zwei Verfahren mit unterschiedlichen Auflösungen der Diskretisierung getestet, mit denen der Messaufwand erheblich verringert werden kann, so dass Messpunkte auf den für die Rekonstruktion relevanten Anteil reduziert werden können. Eine dieser beiden Methoden ist die  $\zeta$ -Funktion, welche auch für die Berechnungen der vorliegenden Arbeit verwendet wurde.

Wie Schmidt [6] in seiner Arbeit schon zeigte, blieben nach der Reduktion lediglich die Messpunkte an den Stirnseiten der Einzelzelle übrig (Abbildung 1.3). Der zusätzlich positive Nebeneffekt ist, dass sich die relative Genauigkeit der Rechnungen sogar verbessert. Bei einem Brennstoffzellenstack, der für die vorliegende Arbeit von Bedeutung ist, sieht dies anders aus. In solch einem Fall wäre es sehr ungünstig, wenn lediglich die Messpunkte an den Stirnfächen übrig blieben. Es würden keine Störungen im Inneren des Stacks erfasst werden und die Messpunkte würden auch nur Aufschluss über die erste Zelle hinter diesen

---

<sup>8</sup>Diskretisierung (in der Numerik): Raum und Zeit werden durch ein Rechengitter in endlich viele Teile zerlegt.

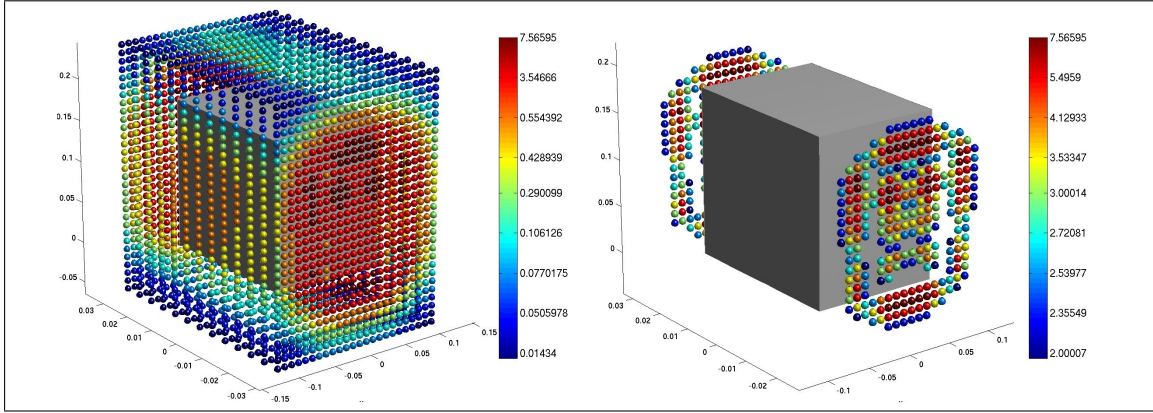


Abbildung 1.3: Magnetfeldmesspunkte vor (links) und nach (rechts) der Messpunktreduktion einer Einzel-DMFC ( $d\zeta = 2$ )

Flächen geben.

Telschow [7] stellte fest, dass eine Auflösung der Stromdichte von weniger als  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$  auf der MEA einer Brennstoffzelle mit den üblichen Messapparaturen für die Magnetotomographie kaum möglich ist. Er schätzte durch Weglassen der Messpunkte auf den Stirnflächen ab, dass bei einem Brennstoffzellenstack mit diesem Tomographieverfahren und einem  $3\text{cm}$  Messabstand von der aktiven MEA Fläche bestenfalls eine Auflösung von  $3\text{cm} \times 3\text{cm}$  zu erreichen sei. Das ist immer noch optimistisch, da im Stack als weiterer Effekt die Überlagerung der von allen Brennstoffzellen erzeugten Magnetfelder hinzutritt.

## 1.6 Lösungsansatz und Zielsetzung

Das Ziel dieser Arbeit ist es, mittels einfacher Methoden die Eigenschaften eines Direkt-Methanol-Brennstoffzellenstacks so zu verbessern, dass die Rückschlüsse, die aus der Magnetfeldmessung mit geeigneter Auflösung gezogen werden, eine akzeptable Annäherung der Stromdichteverteilung im Innern des Stacks liefern. Dies ist zur Detektierung von Defekten und generellen Perturbationen innerhalb der einzelnen MEAs notwendig. Dazu muss erwähnt werden, dass ein Defekt eine Fehlerausbreitung bewirkt, welche sich bis zur siebten Nachbarzelle im Stack auswirken kann, da der Strom den Defekt umgehen muss und aufgrund der relativ niedrigen Leitfähigkeiten der Grafitplatten ( $4000 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ ) keine Möglichkeit hat, sofort in seine Ausgangsbahn zu gelangen, um damit eine schnelle Homogenisierung zu erreichen. Unter dieser Fehlerausbreitung leidet natürlich die Leistungsfähigkeit, was gerade vermieden werden sollte.

Eine Methode, dem entgegenzuwirken, ist der Einbau von  $1\text{mm}$  dicken Metallplatten mit hoher elektrischer Leitfähigkeit zwischen jedem Brennstoffzellenelement, was dazu führt, dass sich die Gesamtlänge des Stacks auf  $213\text{mm}$  erhöht. Eine weitere Anforderung an die Metallplatten ist, dass diese möglichst nicht-magnetisch sein sollten, da sonst eine zusätzli-

che Beeinflussung des Magnetfelds eintritt. Dazu bietet sich Aluminium optimalerweise an. Durch die sehr hohe elektrische Leitfähigkeit von  $37.66 \cdot 10^6 \frac{S}{m}$  ist es möglich, die Stromdichteverteilungen der einzelnen Brennstoffzellen voneinander zu entkoppeln, was den Effekt hat, dass sich Ungleichmäßigkeiten im elektrischen Strom nicht mehr auf benachbarte Zellen ausbreiten können und eine schnelle Homogenisierung der Ströme stattfinden kann. Damit wird die Fehlerausbreitung auf den Bereich maximal einer Zelle reduziert. Ein weiterer Vorteil ist die Verringerung der Auswirkung von Defekten innerhalb der MEA, da die Stromdichteverteilung so ausgeglichen wird, dass es zu keinen Stromspitzen an Rändern von Defekten kommen kann. Diese Effekte führen somit zu einem stabileren Betrieb sowie einer längeren Lebenszeit des Brennstoffzellenstacks. Diese Methode wird in der Arbeit von Gülak [10] genauer erörtert.

Der Kernpunkt der vorliegenden Ausarbeitung ist eine Weiterführung der Methode von Gülak. In jede Aluminiumplatte werden jeweils zwei feine, parallele Schlitze eingearbeitet, wobei diese sich nicht durch die ganze Platte erstrecken sondern noch ein kleiner Steg vorhanden ist. Die beiden Schlitze pro Aluminiumplatte sind parallel zueinander, wobei die Stege auf gegenüberliegenden Seiten liegen. In jeder nachfolgenden Aluminiumplatte sind die Schlitze zusätzlich in Querschnittsrichtung um  $90^\circ$  versetzt (Abbildung 1.4).

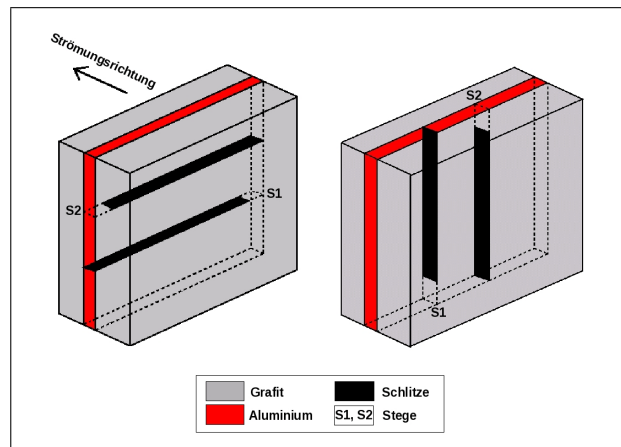


Abbildung 1.4: Anordnung der Schlitze in den Aluminiumplatten

Welchen vorteilhaften Effekt die geschlitzten Platten nun haben, wird im Folgenden erklärt: Tauchen Inhomogenitäten in der Stromdichte einer Zelle auf, so werden Ströme in den anliegenden Platten gebildet, welche den Unterschied zu der Stromdichteverteilung der folgenden Zelle ausgleichen. Die Schlitze in der Aluminiumplatte zwingen nun diese Ausgleichsströme an die Oberfläche des Brennstoffzellenstacks, wo sie mittels Magnetotomographie besser zu detektieren sind. Dazu muss zunächst die Abhängigkeit der Material-Leitfähigkeiten innerhalb der MEAs zu den Stromdichten beziehungsweise zu den Steg-Strömen bestimmt werden, um anschließend festzustellen, inwieweit sich eine Veränderung dieser Abhängigkeiten auf das gemessene Magnetfeld auswirkt.

Doch es stellt sich unweigerlich die Frage, mit welcher Genauigkeit eine defekte Zelle identifiziert werden kann und wie die Anordnung der Magnetfeldmesspunkte sein muss, um eventuelle Anomalien feststellen zu können. Diese Fragestellungen werden unter anderem in späteren Kapiteln anhand einiger Beispiele genauer untersucht. Die Basis für eine Lokalisierung von Defekten mittels der Kenntnis über die Steg-Ströme liefert die Methode von Hirschfeld [2]. Ein Überblick über diese Methode ist im Kapitel 5.1 gegeben.

Die nachfolgende Abbildung (1.5) zeigt, dass die Schlitze keinerlei Auswirkungen auf den Stromverlauf im Stack haben, wenn kein Defekt innerhalb der MEA vorliegt. Taucht ein solcher Defekt auf, so verlaufen die Ausgleichsströme direkt durch die Stege.

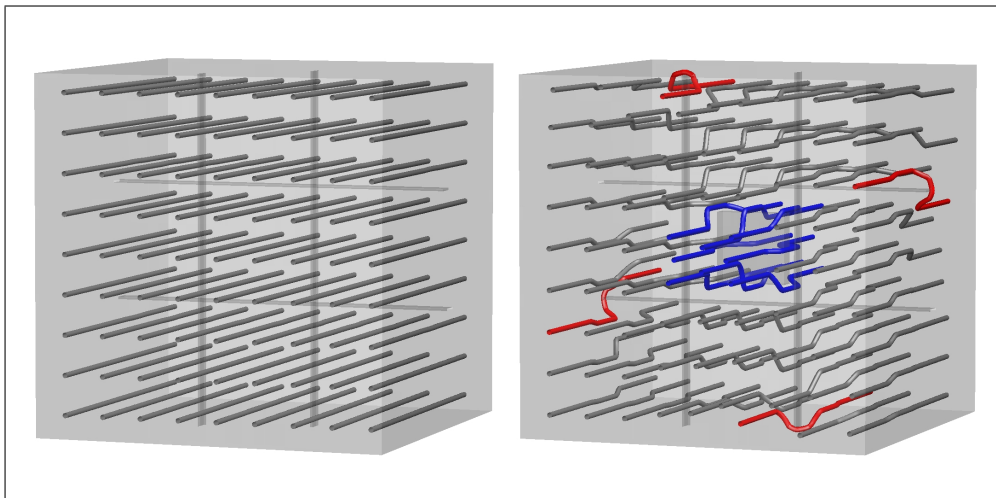


Abbildung 1.5: Auswirkungen der Schlitze ohne (links) und mit (rechts) Defekt: Die Ströme, die den Defekt umgehen, werden mit blau gekennzeichnet; die Ausgleichsströme, welche durch die Stege geleitet werden, sind rot dargestellt.

# Kapitel 2

## Grundlagen

Dieses Kapitel behandelt wichtige Grundlagen, die für das weitere Verständnis dieser Arbeit erforderlich sind. Dabei werden die Grundkenntnisse der Vektoranalysis und des Finite Volumen Verfahrens vorausgesetzt.

### 2.1 Mathematische Grundlagen

#### 2.1.1 Die Singulärwertzerlegung

Bei der Singulärwertzerlegung (SVD = Singular Value Decomposition) einer Matrix wird diese als Produkt dreier spezieller Matrizen ( $U, \Sigma, V$ ) dargestellt, aus denen man die Singulärwerte der Matrix ablesen kann. Diese charakterisieren, vergleichbar mit den Eigenwerten, Eigenschaften der Matrix. Im Gegensatz zu den Eigenwerten, welche nur bei quadratischen Matrizen bestimmt werden können, kann man Singulärwerte für jede Matrix ermitteln.

##### Definition 2.1.1

Sei  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  eine beliebige Matrix, dann existieren orthonormale Matrizen

$$U \in \mathbb{R}^{m \times m}, \quad V \in \mathbb{R}^{n \times n},$$

sowie eine Matrix

$$\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_p) \in \mathbb{R}^{m \times n}, \quad p = \min(m, n),$$

wobei  $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_p \geq 0$ , so dass folgender Ausdruck gilt:

$$A = U \Sigma V^T \tag{2.1}$$

Die Spaltenvektoren von  $U$  und  $V$  werden linke beziehungsweise rechte Singulärvektoren genannt. Äquivalent zu (2.1) ist  $U^T A V = \Sigma$  und definiert die Singulärwertzerlegung. Die  $\sigma_i$  bezeichnen dabei die Singulärwerte von  $A$ .

### Bemerkung 2.1.2

(i) Sei  $U^T A V = \Sigma$  eine Singulärwertzerlegung der Matrix  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , dann ist  $V^T \Sigma^T U$  eine Singulärwertzerlegung von  $A^T$ . Somit sind die Singulärwerte von  $A$  und  $A^T$  identisch.

(ii) Gilt für ein beliebig festes  $r \in \mathbb{N}$  und  $0 < r < p$

$$\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_r > \sigma_{r+1} = \dots = \sigma_p = 0,$$

so folgt daraus  $\text{rang}(A) = r$ .

(iii) Aus der Singulärwertzerlegung folgt

$$A A^T = (U \Sigma V^T)(U \Sigma V^T)^T = U \Sigma V^T V \Sigma^T U^T = U \Sigma \Sigma^T U^T,$$

und somit sind die Singulärwerte von  $A$  die Quadratwurzeln der Eigenwerte von  $A^T A$  bzw.  $A A^T$ .

Das Verfahren der Singulärwertzerlegung wird speziell in der numerischen Mathematik angewendet, da sich quasisinguläre Gleichungssysteme im Rahmen rechentechnischer Genauigkeiten relativ gut lösen lassen.

Weiterhin gibt der Verlauf der Singulärwerte Auskunft über die numerischen Eigenschaften einer gegebenen Matrix  $A$ . Mit Hilfe der Konditionszahl  $\kappa$  lässt sich beispielsweise die Abhängigkeit der Lösung eines Problems von der Störung der Eingangsdaten beschreiben. Sie definiert den Faktor, um den der Eingangsfehler im ungünstigsten Fall verstärkt wird und wird aus dem Verhältnis zwischen größten und kleinsten Singulärwert gebildet. Es gilt somit für  $\text{rang}(A) = r$

$$\kappa = \frac{\sigma_1}{\sigma_r}.$$

Ist die Konditionszahl möglichst klein, so handelt es sich ebenfalls um eine geringe Fehlerverstärkung.

## 2.2 Physikalische Grundlagen

### 2.2.1 Ohmsches Gesetz

Der Physiker Georg Simon Ohm hat den linearen Zusammenhang zwischen Spannungsabfall  $U$ , elektrischen Strom  $I$  und Widerstand bei bestimmten elektrischen Leitern festgestellt und nachgewiesen, was als ohmsches Gesetz bekannt ist. Allerdings gilt dieses Gesetz nur für ohmsche Widerstände  $R$ , deren Widerstandswert idealerweise unabhängig von der Temperatur, der Spannung, der Stromstärke und der Frequenz ist.

Aufgrund der Proportionalität zwischen  $U$  und  $I$  ( $U \sim I$ ) ergibt sich mit der Proportionalitätskonstante  $R$  folgende Gleichung:

$$U = R \cdot I \tag{2.2}$$

Bei konstantem Widerstand wird dieser lineare Zusammenhang auch oft mit der Formel

$$R = \frac{U}{I} = \text{const.} \quad (2.3)$$

dargestellt. Mit Hilfe der geometrischen Aspekte eines Materials sowie dem spezifischen elektrischen Widerstand  $\rho$  kann der Widerstand auch folgendermaßen berechnet werden:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} \quad (2.4)$$

(wobei  $l$  die Länge und  $A$  die Querschnittsfläche des betrachteten Leiters ist). Setzt man nun die Gleichung (2.4) in (2.2) ein, so erhält man nach einigen Umformungen:

$$\frac{U}{l} = \rho \cdot \frac{I}{A} \quad (2.5)$$

Da nun  $E = \frac{U}{l}$  die elektrische Feldstärke und  $j = \frac{I}{A}$  die elektrische Stromdichte definiert, kann das ohmsche Gesetz mit folgendem Zusammenhang ausgedrückt werden:

$$E = \rho \cdot j \Leftrightarrow j = \sigma \cdot E \quad (2.6)$$

Dabei ist  $\sigma$  der spezifische elektrische Leitwert, dessen Kehrwert der spezifische Widerstand  $\rho$  ist ( $\rho = \sigma^{-1}$ ).

Werden  $n$  Widerstände in Reihe geschaltet, so addieren sich diese:

$$R_{\text{ges}} = \sum_{k=1}^n R_k = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (2.7)$$

Bei der Parallelschaltung von  $n$  Widerständen addieren sich die Leitwerte beziehungsweise die reziproken Widerstände:

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (2.8)$$

### 2.2.2 Maxwellsche Gleichungen

Die Maxwellschen Gleichungen beschreiben die Erzeugung von elektrischen und magnetischen Feldern aufgrund von bewegten Ladungen und Strömen. Sie wurden von James Clerk Maxwell aufgestellt und sind Grundlage der Elektrodynamik und der theoretischen Elektrotechnik.

Für das weitere Verständnis werden zunächst einige physikalische Größen eingeführt:

- $H$  magnetisches Feld
- $E$  elektrisches Feld



$B$	magnetische Flussdichte
$D$	elektrische Flussdichte
$j$	Stromdichte
$\rho$	Ladungsdichte

Es existieren insgesamt vier Maxwellgleichungen die im Folgenden in differentieller Form vorgestellt werden. Auf die Herleitung dieser Formeln wird in [13] näher eingegangen.

1. **Das Durchflutungsgesetz:** Jedes zeitlich veränderliche elektrische Feld erzeugt ein magnetisches Wirbelfeld.

$$\operatorname{rot} H = j + \frac{\partial}{\partial t} D \quad (2.9)$$

2. **Das Induktionsgesetz:** Jedes zeitlich veränderliche Magnetfeld erzeugt ein elektrisches Wirbelfeld.

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial}{\partial t} B \quad (2.10)$$

3. **Die magnetische Flussdichte:** Magnetische Ladungen sind keine Quellen für magnetische Felder, demnach sind Magnetfelder quellenfrei und in  $\mathbb{R}^3$  stets Wirbelfelder.

$$\operatorname{div} B = 0 \quad (2.11)$$

4. **Die elektrische Flussdichte:** Elektrische Ladungen sind die Quellen elektrischer Felder.

$$\operatorname{div} D = \rho \quad (2.12)$$

Im stationären Fall erhält man:

$$\operatorname{rot} H = j \quad (2.13)$$

$$\operatorname{rot} E = 0 \quad (2.14)$$

Da die Divergenz einer Rotation immer 0 ist, folgt aus (2.13)

$$\operatorname{div} j = 0. \quad (2.15)$$

Zusammen mit der Materialgleichung aus (2.6) kann das vorliegende Problem ausreichend beschrieben werden, wobei die einzelnen Parameter von  $r$  abhängen ( $r = (x, y, z)^T$  bezeichne einen beliebigen Punkt im Raum):

$$j(r) = \sigma(r) \cdot E(r) \quad (2.16)$$

#### Bemerkung 2.2.1

(i) Aufgrund von  $\operatorname{rot} E = 0$  ist das elektrische Feld  $E$  (in einfach zusammenhängenden

Gebieten) ein sogenanntes Gradientenfeld, so dass ein Skalarfeld  $u$  existiert, für das

$$E = -\text{grad } u \quad (2.17)$$

gilt, wobei  $u$  das Potential von  $E$  ist.

(ii) Ein Gradientenfeld  $F$  ist immer ein wirbelfreies Feld

$$\exists u : F = \text{grad } u \Rightarrow \text{rot } F = 0. \quad (2.18)$$

### 2.2.3 Biot-Savart-Gesetz

Einen Zusammenhang zwischen der magnetischen Feldstärke  $H$  und der elektrischen Stromdichte  $j$  stellt das Biot-Savart-Gesetz her und ist für die weitere Ausarbeitung von großer Bedeutung. Das Gesetz, welches nach Jean-Baptiste Biot und Félix Savart benannt ist und eines der Grundgesetze der Magnetostatik darstellt, ermöglicht eine räumliche Berechnung magnetischer Feldstärkeverteilungen aufgrund der Kenntnis der räumlichen Stromverteilungen.

Zunächst wird die lineare Beziehung zwischen der magnetischen Flussdichte  $B$  und dem Magnetfeld  $H$  mit

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H \quad (2.19)$$

hergestellt, wobei der konstante Proportionalitätsfaktor  $\mu$  der magnetischen Leitfähigkeit oder Permeabilität aus dem Produkt der Permeabilität des Vakuums  $\mu_0$  und der materialspezifischen Permeabilitätszahl  $\mu_r$  gebildet wird.

Wegen  $\text{div } B = 0$  kann man den Ansatz

$$B = \text{rot } A + \text{grad } f$$

mit  $\Delta f = 0$  machen. Mit der Eichung  $\text{div } A = 0$  sowie der Beziehung  $\text{rot } \text{rot } A = \text{grad } \text{div } A - \Delta A$  folgt bei  $\mu = \text{const}$

$$\begin{aligned} j = \text{rot } H &= \frac{1}{\mu} \text{rot } \text{rot } A - \text{grad } f \\ &= \frac{1}{\mu} \text{rot } \text{rot } A \\ &= -\frac{1}{\mu} \Delta A. \end{aligned}$$

Dies entspricht der Poissonschen Differentialgleichung aus der Elektrostatik, deren Lösung mit Randbedingungen im Unendlichen durch

$$A(r) = \mu \int_{\Omega} \phi(r, s) j(s) ds \quad \forall r \in \mathbb{R}^3$$

mit der Fundamentallösung

$$\phi(r, s) = \frac{1}{4\pi\|r - s\|} \quad \forall r \neq s$$

gegeben ist.

Der Zusammenhang für das Magnetfeld  $H$  ist nun folgendermaßen:

$$\begin{aligned} H(r) &= \frac{1}{\mu} B(r) = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} A \\ &= \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mu \int_{\Omega} \phi(r, s) j(s) ds \\ &= \int_{\Omega} \operatorname{rot} \phi(r, s) j(s) ds \end{aligned}$$

Unter Verwendung der Wirbelfreiheit der Stromdichte und dem antisymmetrischen Verhalten des Kreuzproduktes gelangt man letztendlich zum **Biot-Savart Gesetz**:

$$H(r) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \frac{j(s) \times (r - s)}{\|r - s\|^3} ds \quad (2.20)$$

## 2.3 Abhängigkeiten der physikalischen Messgrößen

Dieses Kapitel dient dazu, mit Hilfe der mathematischen und physikalischen Grundlagen die Eigenschaften und Abhängigkeiten der Stromdichteverteilung zu beschreiben und aus der Magnetfeldmessung eindeutige Rückschlüsse auf die Stromdichteverteilung beziehungsweise auf die Ströme, die durch den Steg fließen, ziehen zu können.

### 2.3.1 Die Stromdichteverteilung

Wie bereits in der Einleitung erwähnt, ist das Ziel dieser Arbeit, die Stromdichteverteilung  $j(r)$  innerhalb der MEAs möglichst genau zu bestimmen, um Perturbationen und Defekte detektieren zu können.

Damit diese Stromdichteverteilung beschrieben werden kann, muss auf die Verteilung der Leitfähigkeit  $\sigma(r)$  eingegangen werden, da alle wichtigen Prozesse innerhalb des Stacks von dieser abhängig sind. Dabei ist allerdings im Gegensatz zu allen anderen Schichten die Leitfähigkeit der MEAs, welche ebenso die Stromdichteverteilung in der MEA beeinflusst, nicht bekannt und muss ermittelt werden.

Im Folgenden werden die Eigenschaften von  $j(r)$  genauer erläutert:

Aufgrund der Quellenfreiheit der Stromdichte (siehe (2.15))

$$\operatorname{div} j = 0$$

sowie der Materialgleichung aus (2.16)

$$j(r) = \sigma(r) \cdot E(r)$$

ergibt sich

$$\operatorname{div} \sigma(r) \cdot E(r) = 0. \quad (2.21)$$

Mit der weiteren Voraussetzung, dass stets ein skalarwertiges Potential  $u$  von  $E$  existiert

$$E = -\operatorname{grad} u,$$

kann die Gleichung (2.21) zu

$$-\operatorname{div} \sigma(r) \cdot \operatorname{grad} u = 0 \quad (2.22)$$

zusammengefasst werden.

Da  $\sigma(r)$  nicht negativ werden kann, handelt es sich bei (2.22) um eine elliptische Differentialgleichung. Mittels geeigneter Randbedingungen existiert somit zu jedem gegebenen  $\sigma(r)$  eine eindeutige Lösung dieses Randwertproblems, so dass  $j$  eindeutig bestimmt werden kann.

Um schließlich das Magnetfeld  $H$  eindeutig berechnen zu können, müssen noch die Gleichungen

$$\operatorname{rot} H = j, \quad (2.23)$$

$$\operatorname{div} B = 0 \quad (2.24)$$

sowie

$$B = \mu H$$

beachtet werden.

Setzt man nun Randbedingungen im Unendlichen voraus, so lässt sich für alle  $r \in \mathbb{R}^3$  das Biot-Savart Gesetz (2.20) anwenden.

Es ist nun möglich, das Magnetfeld  $H$  eindeutig aus der Stromdichte  $j(r)$  zu bestimmen. Doch es bleibt weiterhin unklar, ob der Umkehrschluss ebenfalls möglich ist, so dass mit gegebenen  $H$  eine eindeutige Stromdichteverteilung rekonstruiert werden kann. Diese Frage wird mit Hilfe des inversen Problems geklärt.

### 2.3.2 Inverses Problem

Um das angedeutete Problem aus dem letzten Abschnitt und somit die Differentialgleichungen (2.22), (2.23) und (2.24) zu lösen, muss das kontinuierliche Problem zunächst diskretisiert werden. Dazu werden einige Bezeichnungen für die diskretisierten Größen festgesetzt:

$\tilde{H}$	Vektor des diskreten Magnetfelds
$N_H$	Anzahl der Magnetfeld-Messpunkte

$\check{j}$	Vektor der diskreten Stromdichteverteilung
$N_J$	Anzahl der Stromdichtevektoren
$\check{\sigma}$	diskreter Leitfähigkeitsvektor
$N_M$	Anzahl der Leitfähigkeitskomponenten innerhalb der MEA

Da sowohl jeder Magnetfeld-Messpunkt als auch jeder Stromdichtevektor drei Richtungskomponenten (x, y und z) besitzt, ist die Dimension des jeweiligen Vektors  $3N_H$  beziehungsweise  $3N_J$ .

Die Anzahl der möglichen Stromdichteverteilungen  $\check{j}$  lässt sich nun erheblich verringern, wenn man die Gleichungen 2.15, 2.16 und 2.10 zu

$$\text{rot } \frac{1}{\sigma(r)} j(r) = 0 \quad (2.25)$$

verknüpft.

Da die Leitfähigkeit die Stromdichteverteilung innerhalb der MEA bestimmt, können ebenso Variationen der Stromdichte ( $d\check{j}$ ) auf solche der Leitfähigkeit ( $d\check{\sigma}$ ) zurückgeführt werden. Es gilt

$$d\check{j} = \mathcal{C} d\check{\sigma},$$

wobei

$$\mathcal{C} = \frac{\partial \check{j}}{\partial \check{\sigma}}. \quad (2.26)$$

Da mögliche Abweichungen in einer Umgebung eines Arbeitspunktes betrachtet werden (siehe Telschow [7]), ist diese Linearisierung des Operators, der die Leitfähigkeiten auf die Stromdichte abbildet angebracht.

Aus den Gleichungen 2.16 und 2.17 folgt

$$j(r) = -\sigma(r) \cdot \text{grad } u(r). \quad (2.27)$$

$\mathcal{C}$  definiert nun die Ableitung dieser Gleichung nach dem Parameter  $\sigma$ , was der Lösung einer Reihe von Randwertproblemen für jede Komponente in  $d\check{\sigma}$  entspricht:

$$\mathcal{C} = \left( \frac{\partial \check{j}}{\partial \check{\sigma}_1}, \dots, \frac{\partial \check{j}}{\partial \check{\sigma}_{N_M}} \right).$$

Die Singulärwertzerlegung der Matrix  $\mathcal{C}$  liefert

$$\mathcal{C} = \mathcal{U}_C \mathcal{W}_C V_C^T$$

mit

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_C &\in \mathbb{R}^{3N_J \times N_M} && \text{mit orthogonalen Spalten,} \\ \mathcal{W}_C &\in \mathbb{R}^{N_M \times N_M} && \text{in Diagonalgestalt mit den Singulärwerten auf der Hauptdigonalen,} \end{aligned}$$

sowie

$$\mathcal{V}_C \in \mathbb{R}^{N_M \times N_M} \quad \text{orthogonal.}$$

Betrachtet man nun die in der Diagonalmatrix  $\mathcal{W}_C$  enthaltenen Singulärwerte  $s_i$ , so fällt auf, dass der kleinste Wert gegenüber den anderen stark abfällt. Doch je kleiner  $s_i$  ist, desto höher müsste ein  $d\check{\sigma}$  in Richtung des  $i$ -ten Spaltenvektors  $u_i$  von  $\mathcal{U}_C$  sein, damit diese Variation bedeutende Auswirkungen mit sich bringt. Um schließlich diese unphysikalisch großen Variationen von  $\sigma$  zu verhindern, werden lediglich Singulärwerte ab einer festgesetzten Grenze (hier:  $\varepsilon_j = 10^{-4}$ )

$$\frac{s_i}{s_1} > \varepsilon_j$$

in Betracht gezogen.

Die Variation der Stromdichte lässt sich nun als folgende Linearkombination der Stromdichtebasen schreiben:

$$d\check{j} = \sum_{k=1}^{N_C} d\alpha_k u_k,$$

wobei  $N_C$  die Grenze der relevanten Singulärwerte mit  $i \leq N_C \equiv N_C(\varepsilon_j)$  darstellt. Von besonderem Interesse ist eine Matrix, welche die Variationen im Magnetfeld ( $d\check{H}$ ) mit den voneinander unabhängigen  $d\alpha_i$  verbindet. Dazu wird der diskrete Biot-Savart Operator eingeführt, welcher diese Matrix beschreibt.

Bezogen auf alle Messpunkte und den diskreten Strom-Vektor bekommt der diskrete Biot-Savart Operator die Gestalt  $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^{(3 \cdot n_{MP}) \times n_S}$  mit  $n_{MP}$  für die Anzahl der Messpunkte und  $n_S$  für die Anzahl der Stege.

Weiterhin sei  $\mathcal{A}$  eine Diagonalmatrix, welche die zu den Stromdichten gehörenden Flächen enthält, und  $d\alpha = (d\alpha_1, d\alpha_2, \dots)^T$ , so ergeben sich die Gleichungen

$$d\check{H} = \mathcal{S} d\alpha \tag{2.28}$$

$$\mathcal{S} = \mathcal{B} \mathcal{A} \mathcal{U}_C. \tag{2.29}$$

Sei  $\mathcal{S} = \mathcal{U}_S \mathcal{W}_S \mathcal{V}_S^T$  die Singulärwertzerlegung von  $\mathcal{S}$ , dann kann man analog zu den Singulärwerten von  $\mathcal{C}$  ebenfalls durch ein Kriterium die Anzahl der relevanten Singulärwerte  $s_i$  in  $\mathcal{W}_S$  einschränken. Auch hier werden nur Singulärwerte berücksichtigt, die  $\frac{s_i}{s_1} > \varepsilon_k$  erfüllen, mit  $N_R$  als Grenze der relevanten Singulärwerte.

Die Frage ist nun, ob man aus der gegebenen Magnetfeldvariation  $d\check{H}$  die zugehörigen  $d\alpha$  stabil bestimmen kann, d.h. ob das Least-Square Problem

$$\| d\check{H} - \mathcal{S} d\alpha \|_2 \Rightarrow \min$$

gut konditioniert eindeutig zu lösen ist. Das ist dann der Fall, wenn

$$N_R = N_C.$$

Dabei ist die Dimension von  $N_C$  von der Feinheit der Diskretisierung sowie von der Genauigkeit der Messgeräte bestimmt.

Eine genauere Herleitung des inversen Problems ist der Arbeit von Telschow [7] zu entnehmen.

### 2.3.3 Abhängigkeit des Magnetfelds von den Stegströmen

Die Stegströme kann man benutzen, um das inverse Problem in zwei Teile zu separieren

- a) Bestimmung aller Steg-Ströme aus den Magnetfeldern
- b) Bestimmung aller inhomogenen Stromdichten in jeder MEA aus der Größe der Stegströme.

Die Stegströme sind mit dicht über den Stegen operierenden Messgeräten viel leichter zu messen, weil direkt an einem Steg die Magnetfelder von anderen Stegen sowie die übrigen äußeren Magnetfelder viel weniger Einfluss haben. Natürlich bleibt zu fragen, inwieweit die Kenntnis der Stegströme ausreicht, um Aussagen über die MEA einer Brennstoffzelle im Stack zu bekommen. Diese Frage ist indessen positiv beantwortet in dem Sinne[1], dass unter vernünftigen Vorgaben der Zusammenhang genügend eindeutig hergestellt werden kann[2, 3, 4]. Darauf wird in Kapitel 5.1 etwas genauer eingegangen.

Demnach hängt in diesem Fall der Wert der Magnetfeldmessung davon ab, inwieweit die Stegströme eindeutig bestimmt werden können. Wie im nächsten Abschnitt gezeigt werden wird, geben Aufschluss darüber die Ableitungen der Magnetfelder nach den Strömen, die durch die Stege fließen. Diese Ableitungen werden nun erläutert.

Die Matrix  $\mathcal{A}_j$  enthalte die den Stromdichten  $j$  zugeordneten Flächen, und die Matrix  $\mathcal{A}_{i_S}$  enthalte die von den Steg-Strömen durchflossenen Zellflächen, welche nun mit den entsprechenden Stromdichten pro Steg multipliziert und aufaddiert werden.

Dann folgt für die Ableitung der Stegströme nach den Leitfähigkeiten  $\check{\sigma}$

$$\frac{d\check{i}_S}{d\check{\sigma}} = \mathcal{A}_{i_S} \cdot \frac{d\check{j}}{d\check{\sigma}}. \quad (2.30)$$

Mit  $\frac{d\check{i}_S}{d\check{\sigma}}$  hat man nun auch die Pseudoinverse  $\left(\frac{d\check{i}_S}{d\check{\sigma}}\right)^{-1}$ . Um die resultierenden Variationen der Magnetfeld-Vektoren als Folge von Veränderungen der Stegströme zu erhalten, wird nun das Biot-Savart Gesetz mit Hilfe des im letzten Abschnitt eingeführten Operators  $\mathcal{B}$  angewendet und das folgende Matrixprodukt erhalten:

$$d\check{H} = \mathcal{F} d\check{i}_S \quad (2.31)$$

$$\mathcal{F} = \mathcal{B} \cdot A_j \cdot \frac{d\tilde{j}}{d\tilde{\sigma}} \cdot \left( \frac{d\tilde{i}_S}{d\tilde{\sigma}} \right)^{-1} \quad (2.32)$$

## 2.4 Bedeutung der Singulärwerte für die Genauigkeitsanforderung an die Messgeräte

Um den Bezug zur Praxis darzustellen, müssen Genauigkeitsanforderungen an die Messgeräte gestellt werden. Diese können mittels Singulärwerten der Matrix  $\mathcal{S}$  (Gl.(2.28) bzw der Matrix  $\mathcal{F}$  (Gl.(2.31) berechnet werden.

Wir beginnen mit dem konventionellen Fall, d.h. ohne Berücksichtigung der Stegströme. Dieser Fall wurde bereits in einer anderen Arbeit[10] behandelt.

Im Folgenden sei  $s_{\mathcal{S}_{max}}$  der größte und  $s_{\mathcal{S}_{min}}$  der kleinste Singulärwert von  $\mathcal{S}$ , wobei  $s_{\mathcal{S}_{max}}$  Auskunft über die maximale und  $s_{\mathcal{S}_{min}}$  über die minimale Magnetfeldvariation gibt. Es ist

$$|d\check{H}| = |\mathcal{S}d\alpha| \geq s_{\mathcal{S}_{min}} \cdot |d\alpha|$$

Schwieriger ist die Abschätzung von  $|\check{H}|$ . Bei einer einzelnen Brennstoffzelle wäre für rein lineares Verhalten  $|\check{H}|$  am Arbeitspunkt gegeben durch  $|\check{H}| = |S\alpha|$  und der Betrag der maximalen Störung wäre demnach durch  $|\alpha|$  gegeben. Das Verhalten ist zwar nichtlinear, aber zur Abschätzung der Größenordnung ist dieser Wert durchaus noch brauchbar und wir erhalten

$$|\check{H}| \approx |S\alpha| \leq s_{\mathcal{S}_{max}} |\alpha| ,$$

so dass für die relative Genauigkeit mit der Annäherung  $\frac{|dH_i|}{|H_i|} \approx \frac{|d\check{H}|}{|\check{H}|}$  ( $i = 1, \dots, 3N_H$ ) für jede Magnetfeldkomponente

$$\frac{|dH_i|}{|H_i|} \cdot \frac{s_{\mathcal{S}_{max}}}{s_{\mathcal{S}_{min}}} \geq \frac{|d\alpha|}{|\alpha|} \text{ bei Brennstoffzelle} \quad (2.33)$$

folgt. Gleiches gilt für den Stack, wenn  $\mathcal{S}$  die Matrix bei auftretenden Störungen an sämtlichen Zellen ist. Aber in diesem Abschnitt wie überhaupt in dieser Arbeit wird die konventionelle Methode der Magnetotomographie für den Fall betrachtet, dass Störungen lediglich an einer (bekannten) Zelle im Stack auftreten. Das von dieser Zelle hervorgerufene Magnetfeld entspricht dann jedoch nicht dem Magnetfeld des Stacks sondern nur einem Bruchteil desselben. Um die Stärke des Gesamtmagnetfeldes zu erhalten, muss dieses Magnetfeld daher mit einem Faktor multipliziert werden. Ist  $m^*$  die Anzahl der Zellen, die für einen gegebenen Abstand vom Stack kohärente Störungen aufweisen (, d.h. das Magnetfeld einer Störung hängt praktisch nicht davon ab, an welcher der  $m^*$  Zellen die Störung auftritt), dann folgt aus der Kohärenz, dass das am Arbeitspunkt gemessene Magnetfeld zumindest von den  $m^*$  Zellen herrührt. Statt  $\alpha$  haben wir in Gl.(2.33) also  $\alpha \cdot m^*$  einzusetzen. Wir verlangen, dass eine Störung noch erfassbar sein soll bei  $d\alpha \leq 1/3 \cdot \alpha \Leftrightarrow \frac{d\alpha}{\alpha} \leq 1/3$ . Demnach ist die relative Genauigkeitsanforderung an die Messgeräte für diesen betrachteten



Spezialfall gegeben durch<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{|dH_i|}{|H_i|} &\leq \frac{1}{3m^* \cdot \kappa} \text{ bei Brennstoffzellenstack} \\ \kappa &= \frac{s_{\mathcal{S}_{max}}}{s_{\mathcal{S}_{min}}} = \text{Kondition} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Diese Abschätzung gilt unabhängig davon, ob das Messgerät systematischen oder zufälligen Fehlern unterliegt. Das kleinste Magnetfeld, welches durch das Magnetfeldmessgerät noch zu erfassen ist, wird in konsistenter Weise aus dem Produkt von typischen Störfeldern und relativer Genauigkeit erhalten. Typische Störfelder sind von der Ordnung 20% des Erdmagnetfeldes, d.h.  $\approx 10^{-5}$  Tesla. Das ergibt die Anforderung

$$|dB_i| \leq \frac{1}{3m^* \cdot \kappa} \cdot 10^{-5} [Tesla] \quad (2.35)$$

Diese absolute Genauigkeitsanforderung für die Erfassung des Magnetfeldanteils mit dem kleinsten Singulärwert ist unbedingt erforderlich<sup>2</sup>.

Bei der Rekonstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld werden die Präzisionsanforderungen analog berechnet. Dazu gilt jedoch die differentielle Beziehung für  $i = 1, \dots, N_S$  (wobei  $N_S$  die Anzahl der Stege darstellt)

$$\begin{aligned} \frac{|dH_i|}{|H_i|} &\leq \frac{1}{3\kappa_{\mathcal{F}}} \\ \kappa_{\mathcal{F}} &= \frac{s_{\mathcal{F}_{max}}}{s_{\mathcal{F}_{min}}} \end{aligned} \quad (2.36)$$

mit  $\mathcal{F}$  aus Gl.(2.32). Ein typisches durch einen Stegstrom erzeugtes Magnetfeld (bei Abstand  $1mm$  des Messgerätes vom Stegstrom) ist  $10^{-3}/N_S$  Tesla, wobei  $N_S$  die Anzahl der Schlitze (pro Platte) ist. Das führt auf die Anforderung<sup>3</sup>. In dieser Arbeit konzentrieren wir uns auf die Messung der Stegströme, und es wird später gezeigt, dass die hier gestellten

---

<sup>1</sup> $m^*$  ist in der Arbeit [10] für verschiedene Abstände berechnet worden. Der kleinste Wert tritt auf bei Abstand  $1cm$  vom Stack und ist  $m^* \approx 5$ , bei Abstand  $3cm$  vom Stack liegt er bei  $m^* \approx 9$ , während er bei großen Abständen der Anzahl der Brennstoffzellen entspricht, beim hier betrachteten Stack ist das  $m^* = 51$ .

<sup>2</sup>Dieser Abschnitt ist bis zu diesem Punkt in Zusammenarbeit mit F. Gülak, J. Hirschfeld, H. Lustfeld, M. Reißel und B. Steffen erstellt worden.

<sup>3</sup>In dieser Arbeit werden nur Anforderungen an die Messgeräte besprochen, die unabhängig davon sind, ob die Fehler systematischer oder zufälliger Natur sind. Ist man sicher, dass die Messfehler zufällig verteilt sind, können schwächere Anforderungen gestellt werden[10]

Anforderungen an die Messgeräte gut eingehalten werden können.

$$|dB_i| \leq \frac{1}{3\kappa_{\mathcal{F}}} \cdot \frac{10^{-3}}{N_S} [Tesla] \quad (2.37)$$

# Kapitel 3

## Implementierung

Um nun die offenen Fragestellungen, die aus der Problembeschreibung hervorgehen, zu beantworten und die Stromdichteverteilung zu rekonstruieren, muss der Direkt-Methanol-Brennstoffzellenstack zunächst simuliert werden. Dies geschieht mit Hilfe eines in Matlab<sup>1</sup> implementierten Programmes.

Den Kernpunkt dieses Programmes bildet die realitätsnahe Ausmodellierung des Stacks mit allen physikalischen Eigenschaften und Nebenbedingungen, was im Folgenden genauer erläutert wird. Im Anschluss wird kurz auf den wesentlichen Programmaufbau eingegangen.

### 3.1 Modellierung

Das Programm ist so strukturiert, dass vor dem Aufruf der Hauptroutinen eine speziell angelegte Datenstruktur mit allen erforderlichen Daten des Brennstoffzellenstacks wie beispielsweise Dimensionen, Materialschichten und Leitfähigkeiten der Schichten besetzt wird. Dies geschieht in einer separaten Routine, die der Ausgangssituation angepasst werden. Die Hauptroutinen hingegen müssen nicht angepasst werden und sind in der Lage, beliebige Varianten des Stackaufbaus zu bearbeiten, um mit deren Hilfe die Stromdichteverteilung und das entstehende Magnetfeld zu berechnen. Die Datenstruktur wird im Laufe des gesamten Programms mit den berechneten Daten erweitert, so dass bei Programmende mit unterschiedlichen Plot-Routinen alle Ergebnisse visualisiert werden können.

#### 3.1.1 Gittergenerierung

Standardmäßig befinden sich 51 Einzelzellen im Stack, was in alle weiteren Betrachtungen miteinfließt. Zuerst wird das dreidimensionale Berechnungsgitter, dessen Auflösung beliebig verfeinert werden kann, generiert, indem das Gebiet des Brennstoffzellen-Stacks karte-

---

<sup>1</sup>Matlab: Kommerzielle Software zur Lösung mathematischer Probleme und dessen grafischer Darstellung (insbesondere für numerische Berechnungen).

sisch in Finite Volumen unterteilt wird. Während die Gittereinteilung in der x-z-Ebene für alle ungeschlitzten Fälle äquidistant und variabel gehalten wird, muss in y-Richtung, welche sich über die Länge des Stacks erstreckt, besonders die Beschichtung der unterschiedlichen Materialien wie Grafit, MEA, Aluminium und Stahl beachtet werden. Die MEA wird dabei zu einer Einheit zusammengefasst, so dass eine Einzelzelle aus einer MEA, welche von zwei Grafitschichten umschlossen ist, zusammengesetzt ist. Da alle Schichten, bis auf die beiden 5mm dicken Stahlschichten, in y-Richtung eine Breite von 1mm haben, muss die Auflösung in dieser Richtung höchstens 1mm gewählt werden, um alle Schichten ausmodellieren zu können. Nun ist leicht einzusehen, dass bei 51 Zellen diese Auflösung besonders hoch und rechenaufwendig ist, zumal sich die Schichten über den ganzen Stack hindurch wiederholen und keine zusätzliche Information liefern. Aufgrund dessen wird in diesem Programm eine relativ gesehen kleine Anzahl (3, 5 oder 7) von Brennstoffzellen in der Mitte des Stacks ausmodelliert, da Schichten, die möglichst nah an der untersuchten MEA liegen, die kritische und eine für die Zielsetzung dieser Arbeit relevante Situation darstellen. Die restlichen nicht-ausmodellierten Zellen links und rechts des Stacks werden jeweils zu einer einzelnen, homogenen Schicht zusammengefasst, welche bei  $x$  (wobei  $x = 3, 5$  oder  $7$ ) ausmodellierten Zellen aus jeweils  $\frac{51-x}{2}$  Zellen besteht. Um nun für alle weiteren Berechnungen ausreichend Gitterpunkte in y-Richtung zu erstellen, wird jede MEA sowie Grafit- und Aluminiumschicht mit zwei Gittereinteilungen zu je 0.5mm diskretisiert. Die Stahlschichten am Ende des Stacks erhalten 5 Einteilungen der Breite 1mm. Da die Verfeinerung der beiden homogenisierten Schichten keinen relevanten Beitrag zur Erhöhung der Genauigkeit liefert, kann eine wesentlich gröbere Gittereinteilung gewählt werden. Eine Veranschaulichung dieser Einteilungen liefert die Grafik 3.3.

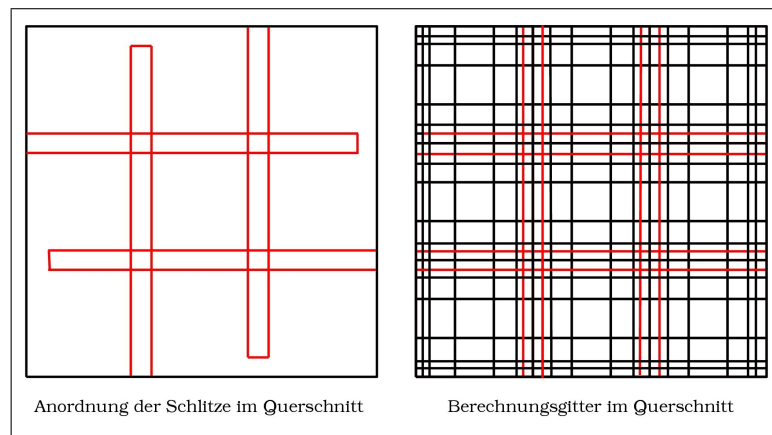


Abbildung 3.1: Gittereinteilung im Querschnitt (schematisch)

Werden nun in jeder ausmodellierten Aluminiumschicht die Schlitze hinzugefügt, so ändert sich das Berechnungsgitter erheblich, wovon lediglich die x-z-Ebene betroffen ist. Betrachtet man den Querschnitt von vorne, so ist jede Schicht sowohl in x- als auch in z-Richtung in Drittel unterteilt, wobei die beiden Schlitze der Breite 1mm in der Aluminiumplatte

nach jedem Drittel auf die in Kapitel 1.6 beschriebene Art und Weise angeordnet sind. Jede Schicht erhält somit an gleicher Stelle, an der sich ein Schlitz im Aluminium befinden, zwei Gittereinteilungen zu je  $0.5mm$ . Zusätzlich werden diese von nochmals zwei Einteilungen der gleichen Breite umgeben, um grobe Sprünge im Gitter zu vermeiden. Von großer Bedeutung sind ebenso die Stege der Höhe  $1mm$ , so dass an jeder Kante in der x-z-Ebene nochmals zwei um  $0.5mm$  entfernte Gitterpunkte angebracht werden müssen (Abbildung 3.1).

### 3.1.2 Geometrie, Erdung und Neumann-Randbedingung

Der nächste Schritt dieser Routine ist die Definition der Geometrie und der Erdung. Dabei ist zu beachten, dass für die Diskretisierung der einzelnen physikalischen Größen zwei verschiedene Gitter verwendet werden, das u-Gitter, auf dem die diskreten Potentiale liegen, und das j-Gitter, auf dem die diskreten Stromdichten herrschen. Die Komponenten des diskreten Stromdichte Vektors  $j$  liegen auf den Kantenmitten des u-Gitters (Abbildung 3.2).

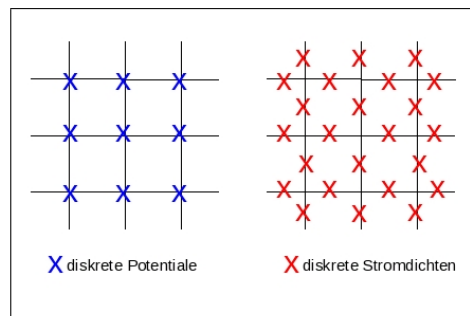


Abbildung 3.2: Potential-Gitter (links) und Stromdichte-Gitter (rechts) in 2D-Darstellung

Es werden nun alle Punkte im Berechnungsgebiet, die ein elektrisches Potential aufweisen, im Potentialgitter mit 'u' besetzt. Alle anderen Punkte, wie beispielsweise alle außerhalb der konvexen Hülle, erhalten den Wert '-'. Auf diese Art und Weise werden auch die Schlitz sowie die Defekte ausmodelliert. Dabei wird jeder Schlitz einzeln erstellt, indem zunächst die Schicht in y-Richtung als auch die lokale Position in x- und z-Richtung bestimmt werden muss. Diese Punkte werden auf '-' gesetzt, da diese nicht ins Berechnungsgebiet fallen und dort somit kein Potential, kein Strom und keine Leitfähigkeit vorhanden ist.

Die Defekte können mit Hilfe eines Booleschen Wertes nach Belieben ein- und ausgeschaltet werden. Auch die Größe und Position ist variabel, wobei für die Berechnungen zu dieser Arbeit die Standardgröße  $3cm \times 3cm$  in x-z-Richtung sowie  $1mm$  in Längsrichtung festgesetzt worden ist. Ähnlich wie bei den Schlitz werden Punkte, welche sich im defekten Bereich befinden, mit '-' gekennzeichnet. Weiterhin wird ein Erdungspunkt festgesetzt, der an beliebiger Stelle auftauchen kann und den Wert 'e' erhält.

Wichtig für das Finite Volumen Verfahren sind die Neumann-Randbedingungen, welche

ebenfalls in dieser Routine erstellt werden. Dazu muss die Stromdichte  $j_0$  an der Oberfläche des Stacks aus der Stromstärke  $i_0$  für die Stromein- und Stromausleitung berechnet werden. Der Strom wird in z-Richtung unten mittig, ganz links ein- und mit umgekehrtem Vorzeichen ganz rechts ausgeleitet, so dass in x- und y-Richtung  $i_0 = 0$  ist. Es handelt sich dabei um eine punktuelle Ein- und Ausführung des Stroms, wobei im Querschnitt eine mittlere Stromdichte von  $2000 \frac{A}{m^2}$  entsteht. Die Ströme in x, y und z-Richtung werden zu einer Matrix  $i$  zusammengepackt. Um nun die Stromdichte  $j$  zu erzeugen, muss  $i$  schließlich noch durch die Querschnittsfläche, durch die der Strom tritt, dividiert werden. Es gibt weiterhin die Möglichkeit, den Strom flächig und damit homogen einzuleiten, was jedoch keine weiteren Auswirkungen auf die Argumentation hat.

### 3.1.3 Leitfähigkeiten

Die Leitfähigkeiten  $\sigma$ , welche die einzelnen Schichten charakterisieren, werden ebenfalls variabel gehalten, um eventuelle Veränderungen im Stack-Aufbau relativ leicht ermöglichen zu können. Die Schichten werden allerdings mit folgenden Werten der Leitfähigkeit vorbesetzt, da diese als Referenzwerte **für hier durchgeführten Rechnungen** verwendet worden sind:

Stahl:	$1 \cdot 10^6 \frac{S}{m}$
Grafit:	$4 \cdot 10^3 \frac{S}{m}$
MEA:	$3.33 \frac{S}{m}$
Aluminium:	$37 \cdot 10^6 \frac{S}{m}$

Im speziellen Fall eines homogenen, isotropen<sup>2</sup> und linearen Mediums ist die elektrische Leitfähigkeit ein Skalar. Nur in diesem einfachen Fall erfolgt daher die Stromleitung im Leiter proportional und in gleicher Richtung wie das die Stromleitung verursachende elektrische Feld. Doch im allgemeinen Fall, der für die im Brennstoffzellenstack verwendeten Materialien zutrifft, ist die elektrische Leitfähigkeit ein Tensor, also ein mehrdimensionaler Wert. Warum dies so ist, wird am Beispiel des Grafits deutlich, da dessen Leitfähigkeiten wegen seiner Schichtstruktur in jede Richtung einen unterschiedlichen Wert annehmen. Aufgrund dieser Tatsache sind die Leitfähigkeiten in jeweils x-, y- und z-Komponenten aufgeteilt, wobei sich die transversalen<sup>3</sup> x- und z-Komponenten pro Punkt nicht voneinander unterscheiden und in einer gemeinsamen Routine gesetzt werden können.

Betrachtet man nun die y-z-Ebene, so wird schnell klar, dass ein achsensymmetrischer Aufbau der Schichten vorliegt, wenn die Achse exakt in der Mitte längs des Stacks (y-Richtung) angebracht wird. So kann der Aufwand zur Modellierung der Leitfähigkeiten um die Hälfte verringert werden. Die Zuweisung der Leitfähigkeiten geschieht nun von außen nach innen, wobei die jeweiligen „gespiegelten“ Schichten in einem Schritt bearbeitet werden. Zuerst

<sup>2</sup>Isotropie: Unabhängigkeit einer Eigenschaft von der Richtung

<sup>3</sup>transversal bezeichnet die Ebene senkrecht zu Körperlängsachse

wird der komplette Stack in allen Richtungen mit der Leitfähigkeit von Stahl vorbesetzt, da die beiden äußeren Enden des Stacks aus Stahl bestehen und für die Zuweisungen als erste Schicht betrachtet werden. Die zweite Schicht besteht somit aus den homogenisierten Leitfähigkeiten, wobei zwischen x/z- und y-Komponenten unterschieden wird. In transversaler Richtung werden die Leitfähigkeiten der Grafit-, MEA-, und Aluminium-Anteile in der homogenisierten Schicht gemittelt. Das Verhältnis der Grafitplatten ist dabei im Vergleich zu den MEAs und Aluminiumplatten doppelt so hoch. Die Leitfähigkeitsberechnung für die x- und z-Komponenten in dieser Schicht sieht nun wie folgt aus:

$$\sigma_{hom,xz} = \frac{2 \cdot \sigma_{Grafit} + \sigma_{MEA} + \sigma_{Aluminium}}{4}$$

Zusammen mit den Standard-Leitfähigkeiten für die Materialien erhält man für die homogene Schicht in transversaler Richtung einen Wert von  $\sigma_{hom,xz} = 9.252 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ . In longitudinaler Richtung werden jedoch, wie aus dem ohmschen Gesetz hervorgeht, die Widerstände gemittelt. Der spezifische Widerstand  $\rho$  ist der Kehrwert der Leitfähigkeit eines normiert dimensionierten Stückes eines leitfähigen Materials und wird mit folgender Formel aus der Leitfähigkeit berechnet:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

Es ergibt sich somit folgende Leitfähigkeits-Zuweisung für die y-Komponenten der homogenisierten Schicht

$$\rho_{Grafit} = \frac{1}{\sigma_{Grafit}}, \rho_{MEA} = \frac{1}{\sigma_{MEA}}, \rho_{Aluminium} = \frac{1}{\sigma_{Aluminium}}$$

$\Rightarrow$

$$\rho_{hom,y} = \frac{2 \cdot \rho_{Grafit} + \rho_{MEA} + \rho_{Aluminium}}{4}$$

$\Rightarrow$

$$\sigma_{hom,y} = \frac{1}{\rho_{hom,y}}$$

$\Leftrightarrow$

$$\sigma_{hom,y} = \frac{4}{2 \cdot \frac{1}{\sigma_{Grafit}} + \frac{1}{\sigma_{MEA}} + \frac{1}{\sigma_{Aluminium}}}$$

und damit ein Wert von ungefähr  $\sigma_{hom,y} = 13.3 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ .

Mit diesen berechneten Konduktivitäten werden nun die auf Stahl gesetzten Komponenten ab der zweiten Schicht überschrieben, so dass bis auf die Stahlplatten am Ende des Stacks alles den oben berechneten Wert erhält.

Die nachfolgenden Schichten bekommen wieder sowohl in x/z- als auch in y-Richtung ihre jeweiligen Material-Leitfähigkeiten zugewiesen. Dies geschieht in analoger Weise, indem die Bereiche, die noch nicht bearbeitet worden sind, von der aktuellen Schicht überschrieben werden.

Schließlich werden alle  $\sigma$ -Komponenten zu einer Diagonalmatrix  $S$  zusammengepackt.

Die Abbildung 3.3 umfasst das Modell eines Brennstoffzellenstacks mit den bereits beschriebenen Eigenschaften der Gittereinteilungen, der Schicht-Besetzungen mit den jeweiligen Leitfähigkeiten sowie der Ausmodellierung der Schlitzte.

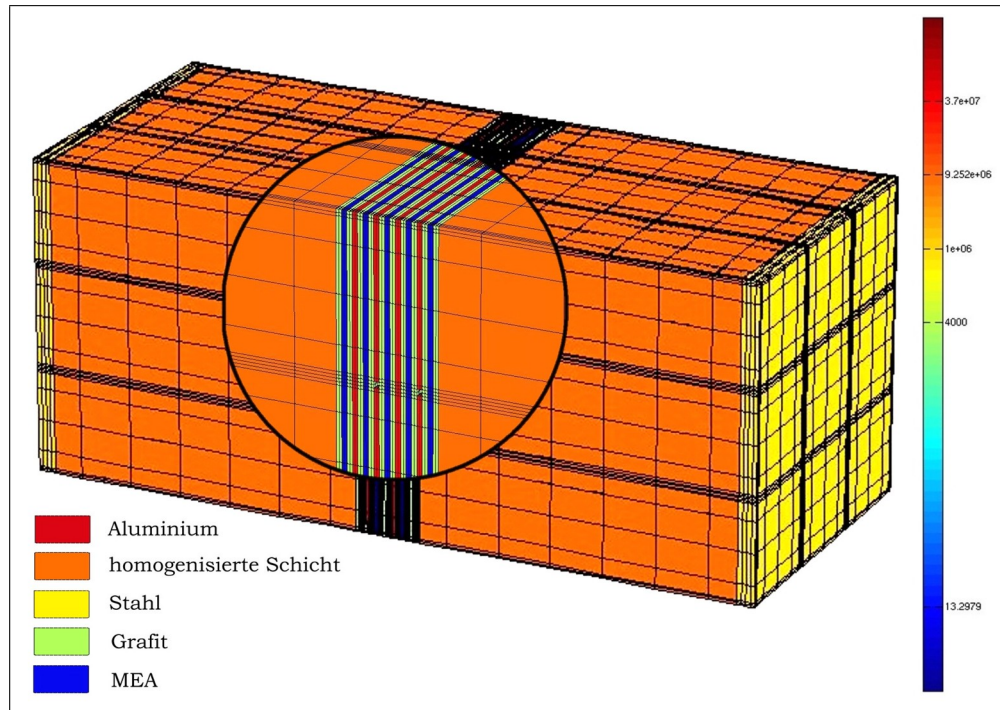


Abbildung 3.3: Modell eines Stacks mit 5 ausmodellierten Zellen und geschlitzten Alu-Platten (Angaben in  $S \cdot m^{-1}$ )

### 3.1.4 Magnetfeldmesspunkte

Nun müssen noch die Messpunkte für die Magnetfeldmessung erzeugt werden, Es gibt dazu die Möglichkeit, die Messpunkte um den kompletten Quader zu positionieren, was allerdings sehr aufwendig und für die Simulation bezüglich Zeit und Speicher sehr „teuer“ ist. Da im Rahmen der vorliegenden Arbeit lediglich die mittleren Zellen von Relevanz sind, ist es ebenfalls möglich, ein Band von Messpunkten um den Stack anzubringen. Der Standardfall für die Simulationen ist ein Band, welches in Längsrichtung des Stacks von der mittleren Zelle aus gesehen bis zur jeweils 20. Zelle links und rechts reicht.

Ein weiterer wichtiger Parameter ist der Abstand der Messpunkte vom Brennstoffzellen-stack<sup>4</sup>. Dieser wird ebenfalls veränderbar gehalten, wobei jedoch größere Abstände (z.B. 3cm) weniger Aufschluss über die Stromdichte geben als geringe Messabstände wie bei-

<sup>4</sup>In dieser Arbeit wird unter 'Abstand vom Stack' immer *Abstand vom stromdurchflossenen Teil des Stacks* verstanden. Der Querschnitt dieses Teils besteht aus der aktiven Fläche einer MEA. Es ist also *nicht* der Abstand zwischen Messpunkt und Stack einschließlich der Hüllen und Versorgungseinrichtungen.



spielsweise  $1\text{cm}$  oder an den Stegen<sup>5</sup> sogar nur  $1\text{mm}$ , da Magnetfelder mit der Entfernung in ihrer Intensität abfallen. Doch dabei sei zu beachten, dass die für die Durchführung der Simulationen gewählten Abstände nicht unbedingt für den tatsächlichen Messaufbau realisierbar sind, sondern lediglich als Vergleichswerte dienen.

Die Messabstände der Punkte untereinander werden auf  $1\text{cm}$  sowohl in x- als auch in z-Richtung sowie  $4\text{mm}$  in y-Richtung festgesetzt. Die Punkte liegen dabei exakt über jeder MEA beziehungsweise über jeder Aluminiumplatte.

**Dass** die Positionen der Messpunkte auch mit den Gitterpunkten der Geometrie übereinstimmen, realisiert die Routine wie folgt: Zunächst wird die tatsächliche Anzahl der Messpunkte pro Richtung bestimmt, indem die Länge der jeweiligen Seite addiert mit den Messabständen vom Brennstoffzellenstack (im Folgenden als  $k_0$  bezeichnet) durch die Abstände der Punkte untereinander dividiert wird. Das Ergebnis wird schließlich zur nächsten ganzen Zahl aufgerundet. Wenn nun  $k_0$  durch diese Anzahl geteilt wird, erhält man die tatsächlich benutzten Gitterabstände. Auf diese Weise wird ein komplett mit Messpunkten ausgefüllter Quader erzeugt, wobei die inneren Punkte des Quaders überflüssig sind, da diese in der Realität nicht zu erreichen sind. Daher müssen diese noch entfernt werden, so dass lediglich eine Ebene pro Quader-Seite an Magnetfeld-Messpunkten erhalten bleibt.

Einen hohen Stellenwert für die Untersuchung der Schlitze haben die Ströme an den Stegen. Wird im Simulationsprogramm nur eine MEA überprüft, so sind ebenso nur die Schlitze an den beiden Aluminiumplatten unmittelbar links und rechts von der MEA relevant. Es ist demnach zwingend notwendig, 4 zusätzliche Messpunkte anzubringen, welche in einem geringen Abstand zum Stack (z.B.  $1\text{mm}$ ) über dem Steg positioniert werden. Werden mehrere Zellen untersucht, so erhöht sich dementsprechend auch die Anzahl der Steg-Messpunkte, da diese an jeder direkt mit der Zelle benachbarten Aluminiumplatte angebracht werden müssen.

Zusammenfassend kann bei der Durchführung der Simulation zwischen vier verschiedenen Messpunkt-Anordnungen gewählt (Abbildung 3.4) werden, und zwar zwischen dem kompletten Messpunkt-Quader, dem Messpunkt-Band, dem kompletten Quader mit den zusätzlichen Punkten an den Stegen sowie lediglich den Steg-Punkten.

### 3.1.5 Festlegung der Leitfähigkeits-Komponenten zur Ableitung von $j$

Wie bereits angesprochen, werden lediglich bestimmte MEAs bei der Simulation genauer untersucht. Um zu erfassen, wie sich die Stromdichte innerhalb dieser MEAs verändert, damit eventuelle Perturbationen erkannt werden können, muss die Ableitung  $\frac{dj}{d\sigma}$  bestimmt werden. Es werden somit in dieser Routine die Leitfähigkeitskomponenten ermittelt, nach denen  $j$  abgeleitet wird, da die Leitfähigkeit die Stromdichteverteilung innerhalb der MEAs

---

<sup>5</sup>Es ist ein wichtiger Punkt, dass ein  $1\text{cm}$  Abstand vom Stack wohl nicht zu realisieren, jedoch ein  $1\text{mm}$  Abstand von den Stegen durchaus nicht unrealistisch ist. Denn der geschlitzte Teil der Platten kann weiter nach draußen geführt werden, ohne dass die Stärke der Ströme durch den Steg abnimmt. Nur der Einfachheit halber ist in dieser Arbeit der Abstand von den Stegen identisch mit dem Abstand vom Stack.

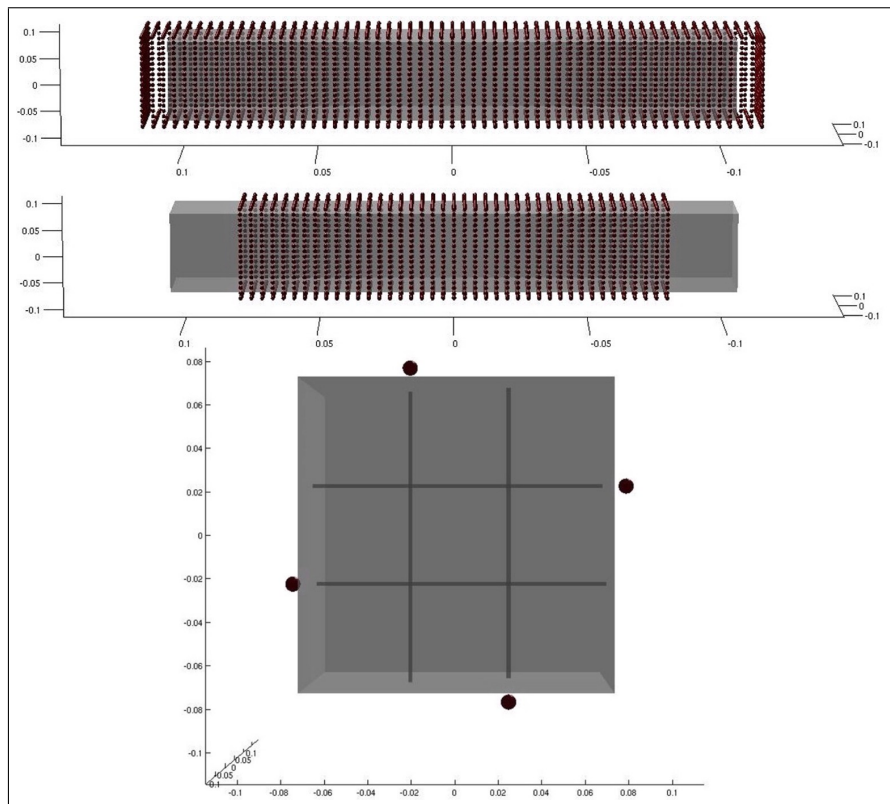


Abbildung 3.4: Magnetfeldmesspunkt-Anordnungen: Die oberste Grafik verdeutlicht eine Messpunktanordnung um den kompletten Stack in y-z-Darstellung g; die zweite Grafik stellt ein Messpunkt-Band in y-z-Richtung dar r; das unterste Bild zeigt die 4 einzelnen Steg-Messpunkte in x-z-Richtung.

bestimmt. Im Zuge dessen ist zu berücksichtigen, dass nur nach solchen  $\sigma$  abgeleitet werden darf, die nicht auf dem Rand liegen.

Dazu werden zunächst char-Felder angelegt, welche die Stromdichten repräsentieren. Dies wird in einer der Hauptroutinen, welche das Randwertproblem initialisiert, durchgeführt. Die Belegung dieser Felder wird im Folgenden anhand der y-Komponenten erklärt. Dazu betrachtet man nun den Querschnitt längs des Stacks. Wie bereits beschrieben, liegen die Komponenten des diskreten Stromdichte-Vektors  $\vec{j}$  auf den Kantenmitten des  $u$ -Gitters, so dass jeweils zwei Komponenten einer Zeile im char-Feld auf dem Rand des Gebietes liegen. Dort kann keine Ableitung bestimmt werden, da diese Randpunkte im  $u$ -Gitter mit lediglich einem diskreten Potential benachbart sind. Zur Berechnung des Gradienten werden allerdings zwei solcher Potential-Punkte benötigt, was folgende Gleichung verdeutlicht ( $Gu$  ist dabei die diskretisierte Darstellung von  $grad\ u$  und  $h_{y_i}$  der Abstand der Potentiale  $u_i$  und  $u_{i+1}$ ):

$$Gu = \begin{pmatrix} -\frac{1}{h_{y_0}} & \frac{1}{h_{y_0}} & & & \\ & -\frac{1}{h_{y_1}} & \frac{1}{h_{y_1}} & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -\frac{1}{h_{y_n}} & \frac{1}{h_{y_n}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}$$

Zur Kennzeichnung erhalten die Positionen im Feld, die den Rand des Gebietes darstellen, den Wert 'l' für linker Rand und 'r' für rechter Rand. Die Positionen außerhalb des Gebietes werden dementsprechend mit '-' markiert. Alle übrigen Punkte sind jeweils mit zwei Potentialpunkten benachbart, so dass an diesen Stellen, welche im Feld mit 'g' besetzt werden, die Gradienten bestimmbar sind.

In der Modellierungs-Routine wird schließlich eine Kopie dieser char-Felder angelegt und die Schichten der zu untersuchenden MEAs angegeben. In der Kopie werden alle Punkte, die im Gebiet dieser MEAs liegen, für eine Ableitung mit 'p' gekennzeichnet. Ein Beispiel für die Markierung enthält die Abbildung 3.5.

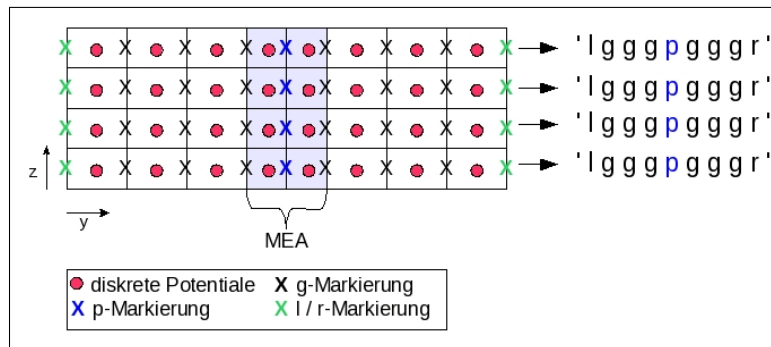


Abbildung 3.5: Markierung der MEAs im char-Feld

Will man nun beim geschlitzten Fall zusätzlich das Magnetfeld, die Ströme oder die Stromdichten nach den Stegströmen ableiten, so muss die Routine leicht verändert werden, da

die Stegströme ebenfalls gekennzeichnet werden müssen. Dazu wird das char-Feld jeder Komponente durch eine Integer-Matrix ersetzt. Die MEAs werden dabei lediglich in der Matrix für die y-Komponenten markiert. Die Elemente, welche eine zu untersuchende MEA repräsentieren, werden mit einem Wert  $i > 0$  belegt, wobei mit  $i = 1, \dots, m$  ( $m$  ist die Anzahl der zu markierenden MEAs) die jeweiligen MEAs unterschieden werden. Die restlichen Elemente erhalten den Wert 0 (Abbildung 3.6).

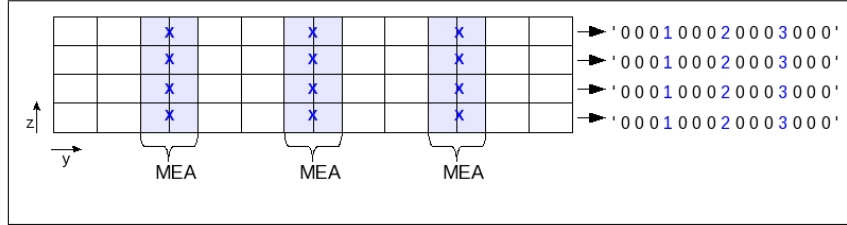


Abbildung 3.6: Markierung der MEAs im Integer-Feld

Um später nach bestimmten Stegströmen ableiten zu können, müssen die Stege identifiziert werden. Dies geschieht in den anderen beiden Matrizen. Analog zur Markierung der MEAs wird solchen „Steg“-Elementen der Wert  $i < 0$  zugewiesen ( $i = -1, \dots, s$ , wobei  $s$  die Anzahl der Stege ist).

### 3.1.6 Ableitung nach den Stegströmen

Um nun eine präzise Aussage über die Relevanz der Schlitze treffen zu können, ist von großer Bedeutung, wie sich Veränderungen der Stegströme auf den Strom, auf die Stromdichten sowie auf das Magnetfeld auswirken. Wie bereits in Kapitel 2.3.3 erklärt, geben die Ableitungen der jeweiligen Größen nach den Strömen, die durch den Steg fließen, Aufschluss darüber. Die Umsetzung wird in drei separaten Hauptroutinen durchgeführt, wobei diese einen analogen Aufbau vorweisen.

Die Integer-Matrizen aus dem letzten Abschnitt dienen jeweils dazu, die Stromdichtekomponenten am Steg  $i = -1, \dots, -s$  zu lokalisieren.

Voraussetzung für das weitere Vorgehen ist die Berechnung von  $\frac{d\vec{j}}{d\vec{\sigma}}$ , welche in einer der Hauptroutinen erfolgt und in der Arbeit von Gülak [10] näher beschrieben wird.

Den Zusammenhang zwischen Stromdichteänderung und Stromänderung der Stegströme liefert die Gleichung (2.32). Für die Ableitung des Magnetfelds nach den Steg-Strömen muss das Biot-Savart Gesetz (siehe (2.32)) angewendet werden, welches durch eine weitere Hauptroutine, die ebenfalls in [10] beschrieben wird, realisiert wird.

## 3.2 Programmaufbau

### 3.2.1 Überblick über die wesentlichen Programmkomponenten

Dieser Abschnitt stellt die wesentlichen Programmkomponenten zur Lösung des vorliegenden Problems vor. Dabei wird nur ein grober Überblick gegeben; die genaue Implementierung der Hauptroutinen ist in der Arbeit von Gülak [10] nachzulesen.

Neben der Modellierungs-Routine besteht das Simulationsprogramm aus vier Haupt-Blöcken, wobei die Plot-Routinen zum Visualisieren der Ergebnisse sowie die in der Einleitung angesprochene Funktion zur Reduzierung der Messpunkte nicht zum Lösen des eigentlichen Problems notwendig sind.

Die Berechnung der Stromdichteverteilung  $j$  erfolgt in einer dieser Hauptroutinen und bildet die Voraussetzung für alle weiteren Berechnungen. Sie ist dafür zuständig, das Randwertproblem

$$\begin{aligned} j &= -\sigma \cdot \text{grad } u \\ \text{div } j &= 0 && \text{in } \Omega \\ \nu \cdot j &= \nu \cdot j_0 && \text{auf } \partial\Omega \end{aligned}$$

in der diskretisierten Form

$$\begin{aligned} j &= -SGu + j_0 \\ Dj &= 0 && \text{in } \Omega \end{aligned}$$

zu lösen (wobei  $D$  die Divergenzmatrix und  $G$  die Gradientenmatrix darstellen, und die Randbedingung  $j_0$  überall bis auf die Stromein- und Stromausleitungspunkte mit 0 vorbesetzt ist).

Im Abschnitt 2.3.1 wurde bereits erläutert, dass die Veränderung der Stromdichte innerhalb der MEA in Abhängigkeit zu der MEA-Leitfähigkeit für das weitere Vorgehen von großer Bedeutung ist. Mit Hilfe einer weiteren Haupt-Funktion wird die Ableitung von der Stromdichte  $\check{j}$  nach  $\check{\sigma}$  bestimmt. Allerdings wird nur nach solchen  $\sigma$ -Komponenten abgeleitet, die eine zu untersuchende MEA repräsentieren. Aufgrund dieser Tatsache wurde in der Modellierung das char-/integer-Feld zur Markierung der MEAs angelegt. Weiterhin wird in dieser Funktion eine Singulärwertzerlegung durchgeführt, so dass man eine orthogonale Matrix  $\mathcal{U}_j$  erhält, welche die Stromdichtebasen zu den markierten MEAs enthält.

Eine weitere sehr wichtige Routine wendet das Biot-Savart Gesetz an und stellt somit das zeit- und speicherintensivste Verfahren dar. Sie dient zur Berechnung des diskreten Magnetfelds  $\check{H}$ , dessen Ableitung nach  $\check{\sigma}$  und wie bereits in 3.1.6 angedeutet zur Ermittlung der Ableitung des Magnetfelds nach den Steg-Strömen. Dabei werden dieser die Ströme, die Strombasen ( $\mathcal{U}_i = \mathcal{A}_j \mathcal{U}_j$ ) sowie die Ableitung der Ströme nach den Stegströmen als Parameter übergeben. Am Ende dieser Routine wird erneut eine Singulärwertzerlegung

durchgeführt. Die dazugehörige Kondition gibt jeweils Auskunft darüber, mit welcher Genauigkeit mittels Magnetotomographie die Stromdichteverteilung der MEAs rekonstruiert werden kann beziehungsweise wie gut sich infinitesimale Veränderungen der Steg-Ströme am äußeren Magnetfeld bemerkbar machen.

Eine besonders für die geschlitzten Fälle wichtige Routine ist die Entkopplung des Parametergitters vom Berechnungsgitter, was im folgenden Abschnitt genauer erklärt wird.

### 3.2.2 Entkopplung der MEA

Damit beim Vorwärtsproblem exaktere Ergebnisse erzielt werden können, muss die Auflösung des Berechnungsgitters in transversaler Richtung verfeinert werden. Doch dies führt zugleich auch zu einer wesentlichen Steigerung des Rechenaufwandes insbesondere bei der Berechnung von  $\frac{dj}{d\sigma}$ . Außerdem liegt das in der Einleitung erwähnte Problem vor, dass eine zu feine Auflösung der rekonstruierten Stromdichteverteilung innerhalb der MEA bei einem Brennstoffzellenstack völlig unsicher ist. Aufgrund dieser Tatsachen ist es sinnvoll, das Berechnungsgitter vom Parametergitter der zu untersuchenden MEAs zu entkoppeln. Auf diese Art und Weise lässt sich eine höhere Auflösung der Diskretisierung im Berechnungsgitter realisieren, ohne dass die Anzahl der zu variierenden Parameter sich ändert. Besonders für den geschlitzten Fall bietet sich diese Methode an, da aufgrund der Schlitze die Gittereinteilung in Querschnittsrichtung erheblich verfeinert werden muss.

Um dieses Verfahren letztendlich anwenden zu können, ist bei der Auswahl der beiden Gittereinteilungen zwingend notwendig, darauf zu achten, dass das grobe Parametergitter der MEAs exakt auf den Gitterpunkten des feineren Berechnungsgitters liegt. Abbildung 3.7 veranschaulicht diesen Sachverhalt.

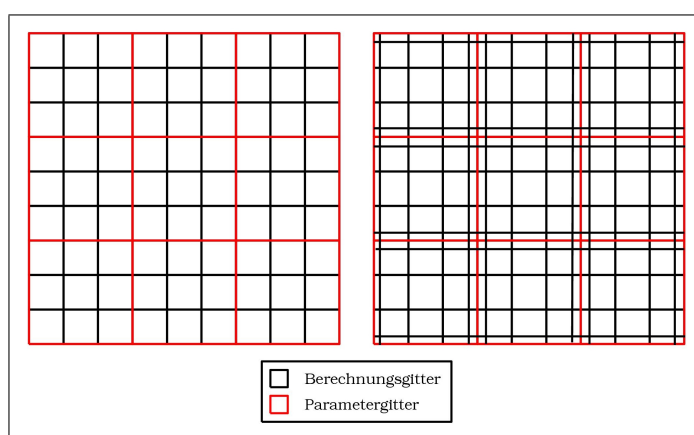


Abbildung 3.7: Entkopplung des Parametergitters für den ungeschlitzten (links) und den geschlitzten (rechts) Fall

Bei einer standardmäßig gesetzten Querschnittsfläche von  $150\text{mm} \times 150\text{mm}$  sind schließlich vier Auflösungen des Parametergitters von  $50\text{mm} \times 50\text{mm}$ ,  $30\text{mm} \times 30\text{mm}$ ,  $25\text{mm} \times 25\text{mm}$

sowie  $10\text{mm} \times 10\text{mm}$  möglich, da andernfalls die Punkte des groben Gitters nicht exakt auf den Punkten des feinen Gitters liegen würden.

# Kapitel 4

## Resultate

Dieses Kapitel dient zur Zusammenstellung und Diskussion der aus den numerischen Rechnungen erhaltenen Genauigkeitsanforderungen. Dazu werden zwei Fragenkomplexe angegangen:

- A) Wie sehen die Verhältnisse aus, wenn im Stack nur eine einzige Brennstoffzelle nicht einwandfrei arbeitet<sup>1</sup> und deren Position bekannt ist. Dieser Fragenkomplex ist dem einer einzelnen Brennstoffzelle am ähnlichsten. Er hat hier seine besondere Berechtigung, weil sich herausstellen wird, dass bei der Strommessung an den Stegen Einflüsse von Nachbarzellen eine sehr geringe Rolle spielen.

Im Abschnitt 4.1 werden Resultate gebracht, die Aufschluss darüber geben, inwieweit die Stromdichteverteilung innerhalb der MEA aus Messungen des Magnetfelds direkt rekonstruiert werden kann. Im Folgenden wird dieses Verfahren als konservative Variante bezeichnet. Als Vergleichswerte für die geschlitzten Fälle dienen die Ergebnisse der ungeschlitzten Fälle mit gleicher Auflösung und gleichem Messabstand der Magnetfeldmesspunkte. Im Anschluss wird das Verfahren aus dem Abschnitt 2.3.3 daraufhin untersucht, ob die Stegströme genügend genau gemessen werden können, um anstelle von Regularisierung eine Lösung aus der Vielzahl von Lösungen nach physikalischen Kriterien auswählen zu können, was von Hirschfeld [2] bereits untersucht wurde. Die Ergebnisse beider Verfahren werden verglichen. Im Abschnitt 4.2.3 werden Untersuchungen für den Fall erhöhter Anzahl von Schlitzen angestellt.

- B) Wie sehen die Verhältnisse aus, wenn zwei Brennstoffzellen nicht einwandfrei arbeiten. Dieser Fragenkomplex ist wichtig, weil man wissen muss, wie stark eine Messung an einem Punkt beeinflusst wird durch das Verhalten verschiedener Brennstoffzellen, wie gut also die lokale Zuordnung funktioniert. Behandelt wird dies in 4.2.2, jedoch eingeschränkt darauf, dass geschlitzte Alu-Platten vorhanden sind. Der Normalfall (keine oder ungeschlitzte Alu-Platten) ist in der Arbeit Gülak diskutiert[10].

---

<sup>1</sup>Bei der Brennstoffzelle kann die Strom-Spannungskennlinie an verschiedenen Stellen der MEA verschieden sein. Wir sagen, dass eine Brennstoffzelle einwandfrei arbeitet, wenn dies nicht der Fall oder technisch vorgegeben ist.



Erweitert wird die Diskussion auf mehr Schlitze in Abschnitt 4.2.3.

## 4.1 Konservative Variante

### 4.1.1 DMFC-Stack mit ungeschlitzten Aluminiumplatten

Zunächst wird der Fall mit drei ausmodellierten Zellen, die durch zwei ungeschlitzte Aluminiumplatten getrennt sind, betrachtet. Der Abstand der Magnetfeldmesspunkte zum Stack wird wahlweise auf  $0.95\text{cm}$  sowie auf einen für den tatsächlichen Messaufbau realisierbaren Wert  $2.95\text{cm}$  gesetzt, um eine äquidistante Einteilung zu erhalten, da die Messpunkte stets exakt über jeder MEA positioniert sein sollen. Obwohl ein Abstand von  $0.95\text{cm}$  in der Realität nicht umsetzbar ist, ist dieser Fall von besonderer Bedeutung, da eine Aussage über den optimalen Fall der Magnetotomographie getroffen werden kann. Die Feinheit des Berechnungsgitters in transversaler Richtung beträgt dabei für alle durchgeführten Berechnungen  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ . Damit später ein regulärer Vergleich zwischen ungeschlitztem und geschlitztem Fall stattfinden kann, muss das Parametergitter der MEA vom restlichen Berechnungsgitter entkoppelt werden, da die Simulationen für den geschlitzten Fall ausschließlich mit Entkopplung durchgeführt werden.

In einem Teil der Fälle werden 2 Schlitze pro Aluminiumplatte betrachtet, was in etwa einer  $3 \times 3$  Auflösung im Parametergitter entspricht. Daher wurde für alle Vergleiche in diesem Abschnitt lediglich eine Parametergitter-Auflösung von  $3 \times 3$  gewählt<sup>2</sup>. Bei allen Fällen in diesem Abschnitt wird lediglich die mittlere MEA auf Perturbationen untersucht. Alle weiteren Eigenschaften sind den Standard-Werten aus dem Modellierungs-Kapitel zu entnehmen.

Nach Durchführung der Berechnungen für den ungeschlitzten Fall erhält man schließlich die in der Tabelle 4.2 aufgeführten Ergebnisse. Zur Erklärung der Tabelle der Resultate werden zunächst einige Kürzel beschrieben:

---

<sup>2</sup>Im Abschnitt 4.2.3 werden auch 4 und 6 Schlitze pro Aluminiumplatte betrachtet. Eine  $5 \times 5$  bzw  $7 \times 7$  Aufteilung im Parametergitter ist jedoch weit jenseits dessen, was mit der konservativen Variante auch bei Einsatz bester Messgeräte noch aufgelöst werden kann[10] und wird daher nicht weiter diskutiert.

Kürzel	Beschreibung
res	Auflösung des entkoppelten Parametergitters
dmess	Abstand der Messpunkte zum Stack
Anordnung	Positionierung der Magnetfeldmesspunkte um den Stack
min(SW), max(SW)	kleinster bzw. größter Singulärwert
Quader	Magnetfeldmesspunkte um den kompletten Stack
Band	Magnetfeldmesspunkte um die 41 mittleren Zellen im Stack

Tabelle 4.1: Legende

res	dmess	Anordnung	min(SW)	max(SW)	Kondition $\kappa$
$3 \times 3$	$0.95cm$	Quader	0.0042	0.2811	66.1902
$3 \times 3$	$0.95cm$	Band	0.0042	0.2795	65.8198
$3 \times 3$	$2.95cm$	Quader	$6.3954 \cdot 10^{-4}$	0.1319	206.2818
$3 \times 3$	$2.95cm$	Band	$6.3950 \cdot 10^{-4}$	0.1285	200.9684

Tabelle 4.2: Ergebnisse für eine zu untersuchende Zelle mit ungeschlitzten Alu-Platten (Rekonstruktion der Stromdichte aus dem Magnetfeld)

Die Tabelle liefert Erkenntnis darüber, dass bei Messungen, die näher am Objekt stattfinden ( $\approx 1cm$ ), wesentlich bessere Ergebnisse erzielt werden können. Jedoch sind Abstände unter  $3cm$  für den realen Messaufbau nur an wenigen Punkten möglich und dienen somit lediglich zur Verifizierung der Ergebnisse aus den Simulations-Berechnungen.

Wird nun ein Band von Magnetfeldmesspunkten um die mittleren Zellen anstelle eines kompletten Messpunkt-Quaders angebracht, so nimmt die Kondition entsprechend ab. Das liegt an der Tatsache, dass bei Messpunkten um den kompletten Stack irrelevante Bereiche gemessen werden (wie z.B. die Stirnseiten des Stacks), an denen Perturbationen, die nicht unweit von diesen Stellen entfernt sind, nicht zu detektieren sind. Da der Vorteil nicht nur in der besseren Kondition, sondern auch in dem wesentlich geringeren Messbeziehungsweise Rechenaufwand liegt, wird im folgenden Abschnitt auf die Anordnung der Messpunkte um den kompletten Stack verzichtet.

Dieser Aspekt, dass einige Messpunkte einen unzureichenden Informationsanteil besitzen, veranlasst dazu, eine Messpunktreduktion durchzuführen, um weitere überflüssige Punkte zu eliminieren. Dadurch wird die Kondition abermals verbessert. Zieht man nun den vierten Eintrag in der Tabelle 4.2 mit einer  $3 \times 3$  - Auflösung und einem Messabstand von  $2.95cm$  in Betracht und wendet man darauf die in der Einleitung erwähnte  $\zeta$ -Funktion mit  $d\zeta = 2$  an, so nimmt die Kondition von  $\kappa = 200.97$  auf  $\kappa = 176.41$  ab. Es wurde somit eine Verbesserung von ca. 12% erreicht.

In der Grafik 4.1 ist dieser Fall nach der Durchführung der Messpunktreduktion mit  $d\zeta = 2$  dargestellt. Aufgrund der Markierung der mittleren als gestörte Zelle erhalten die mittleren Messpunkte, die sich relativ nah am Zellinneren befinden, eine hohe Gewichtung, so dass die restlichen Punkte vernachlässigt werden.

Als Nächstes werden nun die Schlitze an den Aluminiumplatten angebracht, wobei der ungeschlitzte Fall als Vergleich herangezogen wird.

#### 4.1.2 DMFC-Stack mit geschlitzten Aluminiumplatten

Es wird nun vom gleichen Modell wie im vorherigen Abschnitt ausgegangen, mit dem Unterschied, dass jede Aluminiumplatte zwei Schlitze besitzt. Auch hier wird lediglich die mittlere von 3 ausmodellierten Zellen auf Perturbationen untersucht. Eine  $1cm \times 1cm$  -

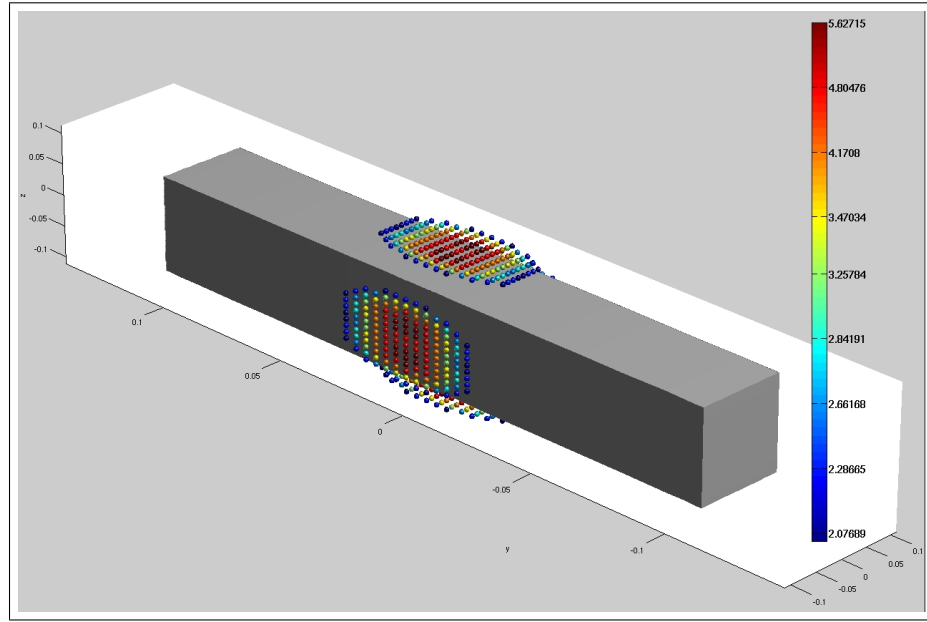


Abbildung 4.1: Anwendung der Zeta-Funktion auf den ungeschlitzten Fall (Messabstand  $2.95\text{cm}$ , MEA-Auflösung  $3 \times 3$ ) mit  $d\zeta = 2$  (Angaben dimensionslos)

**Feinheit des Berechnungsgitters** bedeutet in diesem Falle jedoch eine ähnliche Einteilung wie beim ungeschlitzten Fall mit Ausnahme der zusätzlichen Gittereinteilung für die jeweiligen Schlitze und Stege. Die Berechnungs-Ergebnisse sind in der Tabelle 4.3 zusammengefasst.

res	dmess	Anordnung	min(SW)	max(SW)	Kondition $\kappa$
$3 \times 3$	$0.95\text{cm}$	Band	0.1805	2.9452	16.3204
$3 \times 3$	$2.95\text{cm}$	Band	0.0538	1.4510	26.9819

Tabelle 4.3: Ergebnisse für eine zu untersuchende Zelle mit geschlitzten Alu-Platten (Rekonstruktion der Stromdichte aus dem Magnetfeld)

Wie bereits beim ungeschlitzten Fall tritt der Effekt auf, dass Messungen näher am Stack eine bessere Detektierung von Störungen zulassen. Die Erklärung dafür ist jedoch die gleiche wie schon in 4.1.1 beschrieben.

Betrachtet man den geschlitzten Fall für einen realisierbaren Messabstand von  $2.95\text{cm}$  sowie einer optimalen Auflösung im Parametergitter von  $3 \times 3$ , so erhält man eine Kondition von rund  $\kappa = 27.0$ , was eine ziemliche Verbesserung bedeutet. Verursacht wird dies durch die Schlitze, denn wie bereits in der Einleitung angedeutet, zwingen die Schlitze im Fall von Perturbationen Querströme an die Oberfläche des Brennstoffzellenstacks, wo sie vom Magnetfeld besser erfasst werden können.

Besonders interessant wird es, wenn ein Defekt in einer Zelle auftaucht. Daher wird ein

solcher in die Simulation miteinbezogen und in die Mitte der zu untersuchenden MEA mit einer Querschnittsfläche von  $3\text{cm} \times 3\text{cm}$  positioniert. Der Effekt der Schlitze wird bei der erstellten Grafik (4.2) für den Stromdichteverlauf sichtbar. Dabei wird von einer homogenen Stromeinleitung ausgegangen.

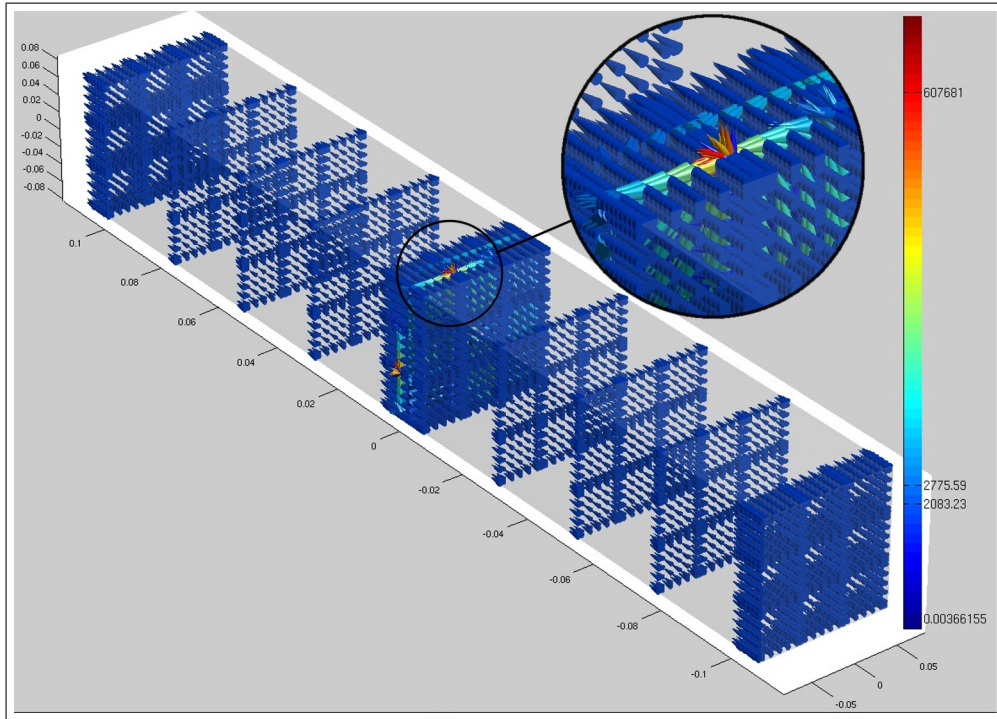


Abbildung 4.2: Stromdichteverlauf für den geschlitzten Fall mit eingebautem Defekt (Einheiten in  $\text{A}/\text{m}^2$ )

Es ist besonders auffällig, dass die Stromdichten lediglich in der mittleren MEA von ihrem konstanten Wert von ca.  $2000 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$  abweichen. Dies liegt einerseits am eingebauten Defekt sowie an der Wirkung der Schlitze. Dort kann kein Strom fließen, so dass nah an diesen Stellen eine zu vernachlässigende Stromdichte von  $3.7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$  herrscht. Der Strom wird aufgrund des Defektes abgelenkt, so dass es zu Querströmen kommt, welche durch die Stege geleitet werden. Daher wird an diesen Stegen eine sehr hohe Stromdichte von  $6 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$  erreicht, welche sehr gut vom Magnetfeld erfasst werden kann.

### 4.1.3 Vergleich beider Modelle

Um nun die beiden Fälle des ungeschlitzten und des geschlitzten Modells zu vergleichen, werden die wichtigsten Konditionen noch einmal in einer Tabelle gegenübergestellt (Tabelle 4.4).

Fall	res	dmess	Anordnung	Kondition $\kappa$
ungeschlitzt	$3 \times 3$	$0.95cm$	Band	65.8198
ungeschlitzt	$3 \times 3$	$2.95cm$	Band	200.9684
geschlitzt	$3 \times 3$	$0.95cm$	Band	16.3204
geschlitzt	$3 \times 3$	$2.95cm$	Band	26.9819

Tabelle 4.4: Vergleich der Ergebnisse des ungeschlitzten mit dem geschlitzten Fall für  $3 \times 3$

Nach Gl.(2.34) erhält man die relative Genauigkeit, die Messgeräte bei der konventionellen Methode zu erfüllen haben, aus  $3m^*\kappa$ , wobei  $m^* \approx 5$  bei 1cm Abstand und  $m^* \approx 9$  bei 3cm Abstand ist. Dies zeigt, dass selbst im günstigsten Fall eine vernünftige Rekonstruktion praktisch unmöglich ist.

Besser sieht es beim geschlitzten Fall aus. Mit einem Messabstand von  $0.95cm$  erhält man einen Verbesserungs-Faktor von ca. 4.0; bei einem realisierbaren Abstand von  $2.95$  ist dieser Faktor von 7.4 schon wesentlich deutlicher. Dies liegt, wie bereits beschrieben, an den Steg-Strömen, die sehr gut vom Magnetfeld erfasst werden können. Allerdings ist dieser Faktor für den enormen Aufwand, den das Einbauen der Schlitzte mit sich bringt, noch viel zu gering. Akzeptabel wäre hingegen eine Optimierung um einen Faktor  $> 10$ . Dennoch gibt diese Berechnung Aufschluss darüber, dass die Methode der Schlitzte einen positiven Effekt herbeiführt, welcher im Folgenden mit einer anderen Herangehensweise weiter optimiert wird.  $m^*$  ist für diesen Fall nicht berechnet worden, jedoch, da die von den Schlitzten herrührenden Magnetfelder sehr viel geringere Reichweite haben, kann man davon ausgehen, dass  $m^*$  ebenfalls deutlich geringer ist. Zusammen mit den klar besseren  $\kappa$  Werten kann man davon ausgehen, dass durch die Schlitzte bei der angegebenen Messpunktanordnung eine Rekonstruktion möglich ist - sofern die Messinstrumente gut genug sind.

## 4.2 Ansatz zur Bestimmung der Steg-Ströme

### 4.2.1 Untersuchung einer Zelle

In diesem Unterkapitel wird nun die Detektierbarkeit von Defekten in indirekter Weise untersucht, indem nicht geschaut wird, ob sich die Defekte rekonstruieren, sondern ob sich die durch die Defekte ausgelösten Stegströme bestimmen lassen. Zu diesem Zweck wird das Magnetfeld nach den Steg-Strömen abgeleitet. Wir benutzen also jetzt die Formeln Gl.(2.31), Gl.(2.32), Gl.(2.36) und Gl.(2.37). Es wird erneut mit dem Fall der 3

ausmodellierten Zellen begonnen, wobei lediglich die mittlere Zelle auf Perturbationen überprüft wird. Da in diesem Abschnitt die Stege von besonderer Bedeutung sind, müssen die Magnetfeld-Messpunkte im Gegensatz zum letzten Kapitel exakt über den Aluminiumplatten liegen. Um wiederum eine äquidistante Anordnung der Messpunkte bei einem vollständigen Messpunkt-Quader zu erhalten, werden Abstände von  $3.15\text{cm}$  und  $0.75\text{cm}$  zum Stack festgesetzt. Weil die Schlitze das Gitter in  $3 \times 3$  unterteilen, wird im Folgenden die Auflösung des entkoppelten Parametergitters zwischen  $3 \times 3$  und  $6 \times 6$  variiert.

Die erhaltenen Resultate sind der Tabelle 4.5 zu entnehmen, wobei die Kürzel aus der Tabelle 4.1 weiterhin gelten. Die zentrale Rolle spielt dabei der Vergleich zwischen den verschiedenen Messpunkt-Anordnungen. Dazu wird diskutiert, ob es notwendig ist, die Messpunkte um den kompletten Stack anzubringen, oder ob die einzelnen Punkte an den jeweiligen Stegen ausreichen.

res	dmess	Anordnung	min(SW)	max(SW)	Kondition $\kappa$
$3 \times 3$	$0.1\text{cm}$	4 Steg-Punkte	59.5653	63.5913	1.0676
$3 \times 3$	$0.75\text{cm}$	Quader	26.0169	60.2221	2.3147
$3 \times 3$	$0.75\text{cm}/0.1\text{cm}$	Quader + 4 Steg-Punkte	64.9993	87.5817	1.3474
$3 \times 3$	$3.15\text{cm}$	Quader	5.4696	25.9427	4.7431
$3 \times 3$	$3.15\text{cm}/0.1\text{cm}$	Quader + 4 Steg-Punkte	59.8159	68.6796	1.1482
$6 \times 6$	$0.1\text{cm}$	4 Steg-Punkte	59.5551	63.5771	1.0675
$6 \times 6$	$3.15\text{cm}$	Quader	5.4181	25.9337	4.7865
$6 \times 6$	$3.15\text{cm}/0.1\text{cm}$	Quader + 4 Steg-Punkte	59.8011	68.6629	1.1482

Tabelle 4.5: Ergebnisse für eine zu untersuchende Zelle mit geschlitzten Alu-Platten (Rekonstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld)

Bringt man die Messpunkte um den kompletten Stack in einem Abstand von  $3.15\text{cm}$  an, so erhält man bei einer  $3 \times 3$  - Auflösung eine Kondition von  $\kappa = 4.74$ . Dies ist ansich schon ein überaus gutes Ergebnis, obwohl, wie schon im letzten Abschnitt festgestellt wurde, die überflüssigen Messpunkte, welche keine oder nur unzureichende Information über die Steg-Ströme liefern, die Kondition verschlechtern. Setzt man nun vier zusätzliche Messpunkte im Abstand von  $1\text{mm}$  an jeden Steg, so verbessert sich die Kondition noch einmal erheblich auf etwa  $\kappa = 1.15$ . Es werden daher keine hohen Anforderungen an die Messgeräte gestellt (relative Genauigkeit schafft jedes Messgerät, absolute Genauigkeit  $100\mu T$ ). Mit dieser Anordnung der Magnetfeldmesspunkte bietet es sich nun sehr an, die Singulärwerte nach der Reduktion der Messpunkte zu untersuchen. Dabei fällt auf, dass bereits bei  $d\zeta = 1$  alle Punkte mit Ausnahme der vier Steg-Punkte wegfallen. Die Kondition verbessert sich auf  $\kappa = 1.0676$ . Somit ist anzunehmen, dass die vier Punkte an den Stegen für eine optimale Erfassung des Magnetfeldes, welches durch die Steg-Ströme verursacht wird, ausreichen. Bringt man bereits von Beginn an nur die 4 Punkte an den Stegen an, so ändern sich die Singulärwerte zum reduzierten Fall nicht. Man erhält ebenfalls eine optimale Kondition von  $\kappa = 1.0676$ , was die Vermutung bestätigt.

Schaut man sich nun die in der Tabelle aufgeführten Ergebnisse für die geringen Abstände von  $0.75\text{cm}$  an, so wird offensichtlich, dass die Kondition bei der Messpunkt-Anordnung um den kompletten Stack ohne die vier zusätzlichen Punkte im Vergleich zum  $3.15\text{cm}$ -Fall geringer ist, was die gleiche Ursache hat, die in den letzten beiden Abschnitten erläutert wurde. Allerdings steigt die Kondition im Vergleich zu den  $3.15\text{cm}$ -Fällen (**Quader + 4-Steg Punkte**) an, sobald die Steg-Punkte im Abstand von  $1\text{mm}$  hinzugefügt werden. Dies liegt an der Tatsache, dass die Punkte in einem Abstand von  $0.75\text{cm}$  einen störenden Einfluss auf das Ergebnis haben, da sie keine zusätzlichen Informationen liefern, die nicht ohnehin schon in den Steg-Punkten enthalten sind. Aufgrund der geringen Distanz zum Stack haben diese überflüssigen Messpunkte aber einen unverhältnismäßig hohen Fehleinfluss.

Weiterhin ist zu beobachten, dass die Ergebnisse der  $6 \times 6$  - Auflösungen fast identisch mit den Ergebnissen der  $3 \times 3$  - Auflösungen sind. Der Grund ist, dass das Magnetfeld nicht mehr von den Veränderungen der Stromdichteverteilung innerhalb der MEA abhängig ist, wie dies im letzten Abschnitt der Fall war, sondern von den Variationen der Steg-Ströme. Aufgrund dessen kann die Auflösung verfeinert werden, ohne schlechtere Ergebnisse zu erhalten.

Es muss zusätzlich beachtet werden, dass sich eine Veränderung an einem Steg-Strom auf die anderen Steg-Ströme auswirkt und die Stromdichteverteilung sowie das Magnetfeld beeinflusst. Dazu sei auf die Bilder 4.3 und 4.4 verwiesen, wobei die Magnetfeldmesspunkte in einem Abstand von  $0.75\text{cm}$  über den kompletten Stack mit vier zusätzlichen Messpunkten an jedem Steg im Abstand von  $1\text{mm}$  zum Stack angeordnet wurden.

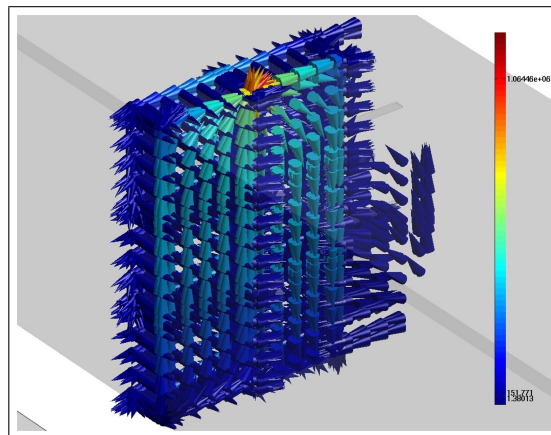


Abbildung 4.3: Ableitung der Stromdichte nach einem Steg-Strom (Einheiten sind  $A/(m \cdot S)$ )

Die Abbildungen zeigen auf, wie sich die Stromdichte beziehungsweise das Magnetfeld bei Variationen eines Steg-Stromes verändert. Für beide Grafiken wurde nach dem Strom, welcher durch den Steg rechts oben (Markierung in Abbildung 4.4) fließt, abgeleitet. Aus



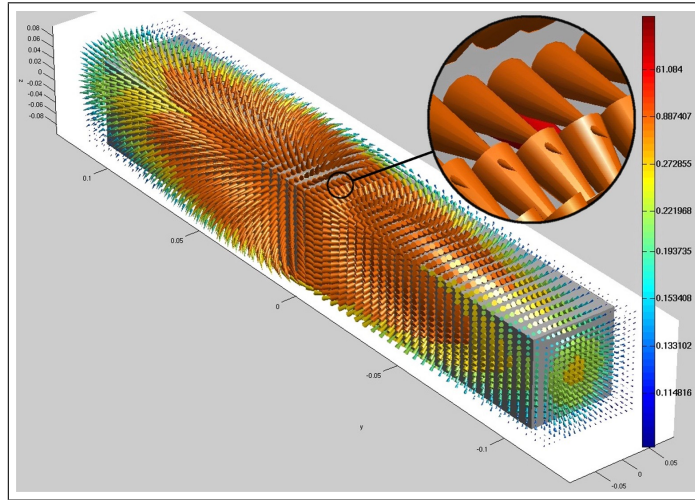


Abbildung 4.4: Ableitung des Magnetfelds nach einem Steg-Strom (Einheiten sind  $A/S$ )

der Abbildung der Stromdichteänderung geht deutlich hervor, dass die Veränderung am Steg rechts oben zwar mit Abstand am höchsten ist ( $1.06 \cdot 10^6 \frac{A}{m \cdot S}$ ), die Veränderung sich jedoch auch auf die anderen Ströme ausweitet (speziell auf die linke Halbachse in x-Richtung). Dieser Sachverhalt wird analog auch auf das Magnetfeld projiziert. Dadurch kann die Position eines Defektes mit Hilfe der Methode, die in der Arbeit von Hirschfeld [2] untersucht wurde, bestimmt werden.

#### 4.2.2 Untersuchung mehrerer Zellen

Es stellt sich nun jedoch unweigerlich die Frage, ob das Verfahren aus dem letzten Abschnitt auch anwendbar ist, wenn an mehreren Zellen Störungen auftreten. Dazu wird untersucht, ob die Magnetfelder der zu untersuchenden Steg-Ströme gegenseitige Auswirkungen haben, so dass nicht mehr identifiziert werden kann, von welchem Steg das Magnetfeld verursacht wird. Denn bekanntlich können Magnetfelder nach außen sehr langsam in ihrer Intensität abnehmen, so dass sich die Magnetfelder nahe beieinander liegender Steg-Ströme überlagern könnten. Die zentrale Rolle bei dieser Untersuchung ist der Abstand der markierten MEAs (d.h. der MEAs, bei denen eine Störung berücksichtigt wird) untereinander. Erhält man in etwa die gleiche Kondition wie im Falle der einen untersuchten Zelle, so kann davon ausgegangen werden, dass sich die Magnetfelder an den einzelnen Stegen nicht gegenseitig stören und eine Erfassung der Steg-Ströme durch das Magnetfeld möglich ist.

Um dieser Fragestellung auf den Grund zu gehen, wird primär das Beispiel mit zwei markierten MEAs analysiert. Denn können speziell in diesem Falle die Steg-Ströme gut rekonstruiert werden, so kann mit Hilfe der Ausarbeitung von Hirschfeld jede zweite Zelle auf Perturbationen untersucht werden (vgl. Kapitel 5.1). Diesbezüglich werden die mittleren 5 Zellen ausmodelliert, von denen jeweils die erste Zelle links und rechts von der mittleren Zelle aus gesehen markiert (d.h. gekennzeichnet als solche, an denen Störungen zu



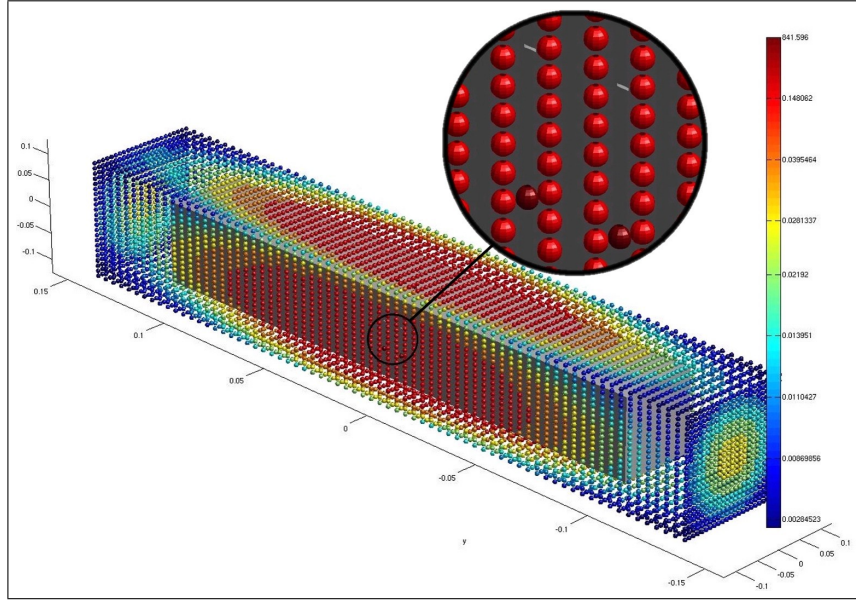


Abbildung 4.6:  $\zeta$ -Funktion für eine Messpunkt-Anordnung um den kompletten Stack ( $3.15\text{cm}$ ) und den 8 zusätzlichen Punkten ( $1\text{mm}$ )

Das Ergebnis dieser Reduktion mit  $d\zeta = 1$  ist in der Abbildung 4.7 zu sehen.

Ausschlaggebend ist, dass auch in diesem Fall alle Punkte mit Ausnahme der Steg-Punkte nach der Reduktion wegfallen. Diese Tatsache beweist auch für die Methode der zwei zu untersuchenden Zellen die Theorie, dass die Messpunkte an den Stegen für eine optimale Rekonstruktion der Steg-Ströme ausreichen. Denn im Falle einer Anordnung von lediglich 8 Messpunkten an den jeweiligen Stegen im Abstand von  $1\text{mm}$  wird eine Kondition von  $\kappa = 1.1360$  erreicht, welche praktisch gleich ist der einer einzelnen gestörten Zelle. Damit ist bestätigt, dass sich die Magnetfelder der einzelnen Stege nicht gegenseitig stören. Aufgrund der raschen Homogenisierung des Stromverlaufes durch die Aluminiumplatten wird bekanntlich erreicht, dass sich defekte Zellen nicht mehr gegenseitig beeinflussen können und somit ist sichergestellt, dass ohne weiteres eine Erfassung aller Steg-Ströme mit einer absoluten Messgerät-Genauigkeit von  $100\mu\text{T}$  sowie eine Untersuchung von mindestens jeder zweiten MEA mit der Idee von Hirschfeld möglich ist.

Eine Lokalisierung von Defekten zweier benachbarter Zellen auf Grund der Kenntnis der Stegströme ist allerdings nicht mehr so einfach durchzuführen und wurde bislang noch nicht untersucht. Davon unabhängig ist allerdings von Interesse, ob man mit der obigen Herangehensweise auch bei jeder markierten Zelle eine optimale Rekonstruktion der Steg-Ströme selbst durchführen kann.

Um das zu sehen, wird das aktuelle Modell so erweitert, dass die mittlere Zelle wie ihre beiden Nachbarn als gestört markiert und die Konsequenz für die 8 Stegströme untersucht wird. Man erhält dann die in der Tabelle 4.7 aufgelisteten Ergebnisse.

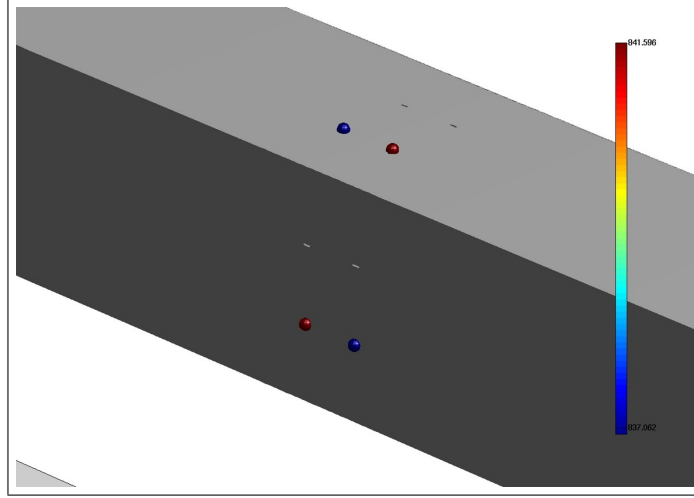


Abbildung 4.7: Messpunktreduktion mit  $d\zeta = 1$  für eine Messpunkt-Anordnung um den kompletten Stack ( $3.15cm$ ) und den 8 zusätzlichen Punkten ( $1mm$ )

res	dmess	Anordnung	min(SW)	max(SW)	Kondition $\kappa$
$3 \times 3$	$3.15cm$	8 Steg-Punkte	56.8981	65.1178	1.1445
$3 \times 3$	$3.15cm$	Quader	1.7811	36.4388	20.4581
$3 \times 3$	$3.15cm$	Quader + 8 Steg-Punkte	57.3779	74.0167	1.2900

Tabelle 4.7: Ergebnisse für drei zu untersuchende Zellen mit geschlitzten Alu-Platten, die unmittelbar benachbart sind (Rekonstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld)

Wählt man nun die Anordnung der 8 Steg-Punkte, so wird erneut eine optimale Kondition von  $\kappa = 1.14$  erreicht, womit sich eine relative Genauigkeitsanforderung an die Messgeräte von lediglich 10% ergibt. Demnach müssen keine hohen Anforderungen an die Messgeräte gestellt werden. Diese müssen lediglich in der Lage sein, bei einem Wert von  $100\mu T$  anzusprechen. Daraus kann schließlich gefolgert werden, dass auch in diesem Fall alle Ströme an den Stegen sehr genau erfasst werden können. Vergleicht man jedoch den Fall mit den Messpunkten um den kompletten Stack ohne die zusätzlichen Punkte an den Stegen mit dem analogen Fall für die zwei zu untersuchenden nicht benachbarten Zellen, so fällt auf, dass sich die Kondition bei den drei markierten Zellen verbessert. Die Erklärung dafür ist, dass die zusätzliche MEA die Steg-Ströme noch besser bestimmt.

### 4.2.3 Erweiterung der Schlitzanzahl

Um eine feinere Auflösung zu garantieren, so dass ein Defekt noch genauer lokalisiert werden kann, wird im Folgenden die Schlitzanzahl pro Aluminiumplatte erhöht. Zunächst wird dafür der Fall mit 4 Schlitzten diskutiert, welche das Querschnittsgitter wie in Abbildung 4.8 dargestellt in  $5 \times 5$  unterteilen. Analog zu den vorangegangenen Abschnitten werden die zusätzlichen Gitterpunkte für die jeweiligen Schlitzte und Stege angebracht.

Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung dieser  $5 \times 5$  - Ergebnisse, wobei sich die Anzahl der Steg-Messpunkte aufgrund der Erhöhung der Schlitzanzahl auf 8 verdoppelt hat.

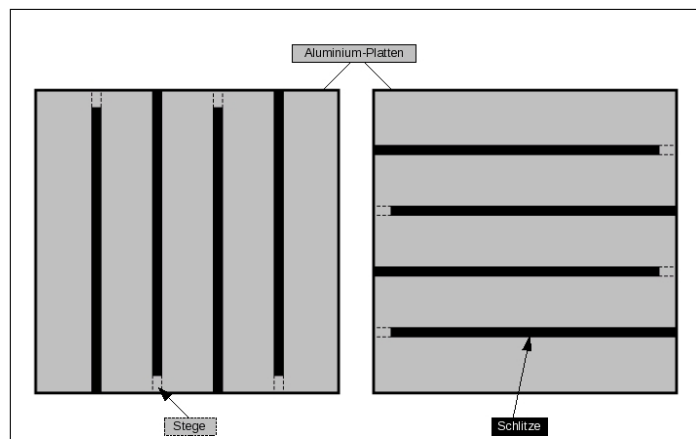


Abbildung 4.8: Schematische Querschnittsdarstellung zweier benachbarter Aluminium-Platten mit jeweils 4 ausmodellierten Schlitzten

Vergleicht man nun diese Werte mit denen aus Tabelle 4.5, so fällt auf, dass die kleinsten Singulärwerte nur leicht abnehmen und die Kondition sich dadurch minimal verschlechtert. Dies liegt an der Tatsache, dass sich die Querströme auf mehr Stege verteilen, so dass die Stromdichte pro Steg geringer ist. Der Effekt ist dementsprechend bei der Messpunktanordnung um den kompletten Stack in einem Abstand von  $3.15cm$  ohne die zusätzlichen

Steg-Messpunkte am stärksten. Dennoch sind sowohl die absoluten als auch die relativen Genauigkeitsanforderungen an die Messgeräte sehr gering, so dass man ohne weiteres alle Steg-Ströme erfassen kann.

res	dmess	Anordnung	min(SW)	max(SW)	Kondition $\kappa$
$5 \times 5$	$0.1cm$	8 Steg-Punkte	57.6177	64.5635	1.1206
$5 \times 5$	$0.75cm$	Quader	19.3101	59.1101	3.0611
$5 \times 5$	$3.15cm$	Quader + 8 Steg-Punkte	60.9314	87.5037	1.4361
$5 \times 5$	$3.15cm$	Quader	2.9493	24.4991	8.3068
$5 \times 5$	$3.15cm$	Quader + 8 Steg-Punkte	57.7465	69.0547	1.1958

Tabelle 4.8: Ergebnisse für eine zu untersuchende Zelle mit 4 Schlitten pro Alu-Platte (Rekonstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld)

Führt man dies weiter und erweitert man das Modell um 2 zusätzliche Schlitten, so dass man eine  $7 \times 7$  - Gittereinteilung erhält, ändert sich an der Argumentation nichts. Die Ströme an den Stegen bleiben weiterhin mit niedrigen Messgerätsanforderungen optimal bestimmbar (Tabelle 4.9).

res	dmess	Anordnung	min(SW)	max(SW)	Kondition $\kappa$
$7 \times 7$	$0.1cm$	12 Steg-Punkte	55.5535	64.7977	1.1664
$7 \times 7$	$0.75cm$	Quader	14.1206	56.4606	3.9985
$7 \times 7$	$3.15cm$	Quader + 12 Steg-Punkte	57.6309	85.9003	1.4905
$7 \times 7$	$3.15cm$	Quader	1.5712	22.3917	14.2510
$7 \times 7$	$3.15cm$	Quader + 12 Steg-Punkte	55.6323	68.5523	1.2322

Tabelle 4.9: Ergebnisse für eine zu untersuchende Zelle mit 6 Schlitten pro Alu-Platte (Rekonstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld)

Denn bringt man lediglich die Messpunkte an den 12 Stegen an, so muss das Messgerät lediglich dazu in der Lage sein, einen Wert von  $50\mu T$  erfassen zu können. Die relative Genauigkeitsanforderung entspricht dabei immer noch rund 10%.

res	dmess	Anordnung	min(SW)	max(SW)	Kondition $\kappa$
$5 \times 5$	$0.1cm$	16 Steg-Punkte	54.2321	67.3029	1.2410
$5 \times 5$	$0.75cm$	Quader	0.7562	34.4180	45.5155
$5 \times 5$	$3.15cm$	Quader + 16 Steg-Punkte	54.4758	75.3141	1.3825

Tabelle 4.10: Ergebnisse für zwei zu untersuchende Zellen mit 4 Schlitten pro Alu-Platte (Rekonstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld)

res	dmess	Anordnung	min(SW)	max(SW)	Kondition $\kappa$
$5 \times 5$	$0.1cm$	16 Steg-Punkte	53.7725	66.9625	1.2435
$5 \times 5$	$0.75cm$	Quader	1.0367	34.4077	33.1907
$5 \times 5$	$3.15cm$	Quader + 16 Steg-Punkte	53.9919	74.9732	1.3886

Tabelle 4.11: Ergebnisse für drei zu untersuchende Zellen mit 4 Schlitz pro Alu-Platte (Rekonstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld)

# Kapitel 5

## Zusammenfassung

### 5.1 Fazit

Es sind zwei Verfahren vorgestellt worden, mit denen es möglich ist, im Brennstoffzellenstack die relative Genauigkeit der Rechnungen für die Rekonstruktion der Stromdichteverteilung sowie der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld und damit eine Detektierung von Perturbationen zu verbessern. Dazu wurde zunächst ein Vergleich zwischen den ungeschlitzten und den geschlitzten (d.h. zwischen den einzelnen Brennstoffzellen befinden sich in bestimmter Weise geschlitzte Alu Platten) Fällen hergestellt unter Verwendung der konservativen Variante, die darin besteht, dass auf einer Oberfläche um den Stack herum die auftretenden Magnetfelder gemessen werden.

Wie schon bei der Arbeit von F. Gülak[10] zeigte sich auch hier, dass das ungeschlitzte Verfahren bei Brennstoffzellenstacks versagt: Selbst wenn alle Brennstoffzellen des Stacks im idealen stationären Zustand arbeiten und nur eine einzige gestört und diese einzige auch noch bekannt ist, ist es mit der konventionellen Magnetotomographie selbst bei sehr guten Messgeräten nicht möglich, vernünftige Angaben über das Fehlverhalten der MEA dieser Zelle zu machen.

Um eine Rekonstruktion zu ermöglichen, wurde das Verfahren mit den geschlitzten Aluminiumplatten untersucht. Die Idee war, die Querströme, die im Falle eines Defektes auftreten, durch die Stege an die Oberfläche des Stacks zu zwingen, wo sie besser vom Magnetfeld erfasst werden können. Allerdings zeigten sich auch hier die Grenzen der konventionellen Magnetotomographie. Immerhin kann man bei sehr guten Messgeräten (relative Genauigkeitsanforderung  $10^{-3}$  und absolute Genauigkeitsanforderung im 10nTesla Bereich) bei dem oben angegebenen günstigsten Fall etwas an Auflösung auf der *einen* MEA-Fläche erwarten. Das ist bei dem großen erforderlichen Aufwand aber immer noch enttäuschend.

Aufgrund dieser Tatsachen wurde eine neue Variante der Magnetotomographie entwickelt. Dazu wurde nicht mehr versucht, durch das Magnetfeld auf die Stromdichte zu



schließen, sondern auf die Steg-Ströme, die die Schlitze am Außenrand des Stacks überbrücken und die Leitfähigkeits-Veränderungen innerhalb der MEA widerspiegeln. Dieses Verfahren hat sich als sehr erfolgreich erwiesen. Mit einer Kondition von nahe bei 1 können die Steg-Ströme sehr genau rekonstruiert werden. Um Störungen erfassen zu können, genügt eine relative Genauigkeit der Messgeräte von 10%, die absolute Genauigkeitsanforderung beträgt  $\approx 50\mu\text{Tesla}$ . Außerdem hat die Herangehensweise viele weitere positive Effekte zur Folge. Es ist nun möglich, den Messaufwand stark zu reduzieren, indem man nur noch auf die Punkte an den Stegen mit einem Abstand von  $1\text{mm}$  zum Stack angewiesen ist; alle anderen Messpunkte würden nur unnötige Informationen liefern, welche die Kondition verschlechtern. Außerdem ist es möglich, die Aluminiumplatten aus dem Brennstoffzellenstack rausragen zu lassen, was ein Anbringen der Steg-Messpunkte im Abstand von  $1\text{mm}$  ohne weiteres gewährleistet. Die wichtigste Optimierung hingegen ist die Verfeinerung der Auflösung, indem die Anzahl der Schlitze pro Aluminium-Platte erhöht wird. Bei 6 Schlitzen und einer Parametergitter-Auflösung von  $7 \times 7$  erhöht sich die Genauigkeitsanforderung des Messgerätes im Gegensatz zu den Fällen mit lediglich 2 Schlitzen pro Aluminiumplatte nur unwesentlich. Es genügen die oben angeführten Werte. Dadurch kann ein Defekt in der MEA noch präziser lokalisiert werden.

Mit der neuen Variante können Fehlfunktionen von mehreren oder auch vielen MEAs im Stack eindeutig zugeordnet werden, solange die Fehler nicht in direkt benachbarten Brennstoffzellen auftreten. Es ist sogar möglich, mehrere, auch direkt benachbarte Zellen auf Störungen zu überprüfen, wobei allerdings möglicher Weise nicht eindeutig die Störungen genau lokalisierbar sind. Dies Problem ist Gegenstand weiterer Untersuchungen.

Doch alles in allem ist die Idee der Steg-Strom-Rekonstruktion sehr zu empfehlen, denn mit dieser Methode (siehe [1]) kann die Ausarbeitung von Hirschfeld [2] nun auch auf die Magnetotomographie angewendet werden, um eine Lokalisierung der defekten Stellen innerhalb der MEA zumindest für nicht direkt benachbarte Zellen zu ermöglichen.

Das folgende Beispiel soll die Herangehensweise verdeutlichen, wobei lediglich von 2 Schlitzen pro Aluminiumplatte ausgegangen wird. Die Grafik 5.1 dient dabei zur Identifikation der jeweiligen Steg-Ströme  $i_k$  ( $k = 1, \dots, 4$ ).

Befindet sich nun der Defekt im unteren Drittel der MEA, so haben die Steg-Ströme  $i_{s_1}$  und  $i_{s_2}$  die Werte

$$i_{s_1} = 2 \cdot i_Q$$

$$i_{s_2} = i_Q$$

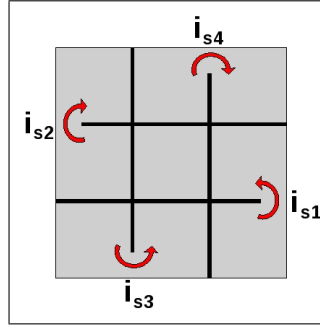


Abbildung 5.1: Steg-Ströme  $i_{s_1}$  bis  $i_{s_4}$

wobei  $i_Q$  den Ausgleichsstrom

$$i_Q = \frac{I \cdot a}{(N_S + 1) \cdot (A - a)}$$

darstellt. Die Größe  $a$  ist dabei die Querschnittsfläche des Defektes,  $A$  die Querschnittsfläche der MEA und  $N_S$  die Anzahl der Schlitzes pro Aluminiumplatte.

Die Tabelle 5.1 stellt die Steg-Ströme  $i_{s_1}$  und  $i_{s_2}$  für weitere Positionsmöglichkeiten eines Defektes dar.

Position des Defektes	$i_{s_1}$	$i_{s_2}$
oben	$-i_Q$	$-2i_Q$
mittig	$-i_Q$	$i_Q$
unten	$2i_Q$	$i_Q$

Tabelle 5.1: Ströme an den Stegen  $s_1$  und  $s_2$

Die Lokalisierung in horizontaler Richtung kann auf analoge Weise durchgeführt werden, wobei die Ströme  $i_{s_3}$  und  $i_{s_4}$  von Relevanz sind. Allerdings ist hinzuzufügen, dass die oben aufgeführten Gleichungen nur bei unendlicher Leitfähigkeit gelten. Diese Approximation wird gewählt, um analytische Werte zu erhalten.

Detailliertere und umfassendere Ausarbeitungen dazu sind der Arbeit von Hirschfeld [2] zu entnehmen.

## 5.2 Ausblick

Für die Zukunft ist es angebracht, die Simulations-Berechnungen mit realen Messwerten zu vergleichen und zu verifizieren und darüberhinaus zu untersuchen, inwiefern die Ergebnisse auf andere Brennstoffzellen, insbesondere Hochtemperaturbrennstoffzellen, übertragbar sind.

Weiterhin kann die Auflösung der Stromdichte verfeinert werden, indem die Anzahl der Schlitzes pro Aluminiumplatte noch weiter erhöht wird. Dies hat den zusätzlichen Vorteil,

dass ein Defekt noch genauer mit der Methode, die in der Ausarbeitung von Hirschfeld [2] beschrieben wurde, lokalisiert werden kann. Doch dabei stellt sich unweigerlich die Frage, welche maximale Grenze dieser Anzahl sich einstellt, um noch eine Verbesserung zu erzielen. Denn werden zu viele Schlitzte in die Aluminiumplatten eingefräst, kann der Strom nicht mehr regulär durch den Stack geleitet werden. Wird die Grenze der Auflösung schließlich weiter nach unten verschoben, so sind bei den Messungen entsprechende Maßnahmen zur Abschirmung zu treffen, da sonst Störeinflüsse enorme Verfälschungen hervorrufen könnten.

Ferner ist von Interesse, ob es möglich ist, eine Lokalisierung von Defekten in jeder benachbarte Zelle im Stack durchzuführen. Die Voraussetzung dafür ist mit der Kenntnis über die Ströme, die durch den Steg fließen, bereits geschaffen.

# Literaturverzeichnis

- [1] H. Lustfeld, M. Reißel, B. Steffen, 2008,  
Patent application PT 1.2373
- [2] J. Hirschfeld, 2009,  
„Tomographic Problems in the Diagnostics of Fuel Cell Stacks“, 2009,  
(Diplomarbeit) Jül-Report Jül-4291 Forschungszentrum Jülich:  
<http://hdl.handle.net/2128/3588>
- [3] J. Hirschfeld, H. Lustfeld, M. Reißel, B. Steffen, 2009,  
„Precise Diagnostics and Effective Stabilization of Currents in a Fuel Cell Stack“,  
Intern. J. of Energy Res., in press
- [4] J. Hirschfeld, H. Lustfeld, M. Reißel, B. Steffen, 2009,  
„Tomographic Diagnostics of Current Distributions in a Fuel Cell Stack“,  
Intern. J. of Energy Res., in press
- [5] K.-H. Hauer, R. Potthast, T. Wüster, D. Stolten, 2005,  
„Magnetotomography - a new method for analysing fuel cell performance and quality“,  
Journal of Power Sources 143, 67
- [6] U. Schmidt, 2007,  
„Numerische Sensitivitätsanalyse für ein Tomographieproblem bei Brennstoffzellen“,  
Diplomarbeit, Fachhochschule Aachen, Standort Jülich
- [7] R. Telschow, 2008,  
„Untersuchungen zur Reduktion des Messaufwandes bei der Magnetotomographie von  
Brennstoffzellen“,  
Diplomarbeit, Fachhochschule Aachen, Standort Jülich
- [8] H. Lustfeld, M. Reißel, U. Schmidt, B. Steffen, 2009,  
„Reconstruction of Electric Currents in a Fuel Cell by Magnetic Field Measurements“,  
J. Fuel Cell Sci. Technol. 6, p. 021012
- [9] H. Lustfeld, M. Reißel, B. Steffen, 2009,  
„Magnetotomography and Electric Currents in a Fuel Cell“,  
Fuel Cells, in press

- [10] F. Gülak, 2009,  
„Numerische Untersuchungen zur Anwendbarkeit der Magnetotomographie auf Brennstoffzellenstacks“,  
(Diplomarbeit), Jül-Report Jül-4311 Forschungszentrum Jülich:  
[www.persistent-identifier.de/?link=610](http://www.persistent-identifier.de/?link=610) mit *URN Nr.:* urn:nbn:de:0001-00513
- [11] M. Reißel, 2005,  
„Numerische Mathematik I“,  
Vorlesungsskript
- [12] M. Reißel, 2006,  
„Numerische Mathematik III“,  
Vorlesungsskript
- [13] G. Lehner, 1994,  
„Elektromagnetische Feldtheorie für Ingenieure und Physiker“,  
Springer-Verlag
- [14] <http://www.wikipedia.org>
- [15] <http://www.fz-juelich.de>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Aufbau und Funktionsweise der DMFC . . . . .	3
1.2	Schematische Darstellung eines Brennstoffzellenstacks . . . . .	5
1.3	Magnetfeldmesspunkte vor (links) und nach (rechts) der Messpunktreduktion einer Einzel-DMFC ( $d\zeta = 2$ ) . . . . .	8
1.4	Anordnung der Schlitze in den Aluminiumplatten . . . . .	9
1.5	Auswirkungen der Schlitze ohne (links) und mit (rechts) Defekt: Die Ströme, die den Defekt umgehen, werden mit blau gekennzeichnet; die Ausgleichsströme, welche durch die Stege geleitet werden, sind rot dargestellt. . . . .	10
3.1	Gittereinteilung im Querschnitt (schematisch) . . . . .	25
3.2	Potential- und Stromdichte-Gitter in 2D . . . . .	26
3.3	Modell eines Stacks mit 5 ausmodellierten Zellen und geschlitzten Aluplatten (Angaben in $S \cdot m^{-1}$ ) . . . . .	29
3.4	Magnetfeldmesspunkt-Anordnungen: Die oberste Grafik verdeutlicht eine Messpunktanordnung um den kompletten Stack in y-z-Darstellung g; die zweite Grafik stellt ein Messpunkt-Band in y-z-Richtung dar r; das unterste Bild zeigt die 4 einzelnen Steg-Messpunkte in x-z-Richtung. . . . .	31
3.5	Markierung der MEAs im char-Feld . . . . .	32
3.6	Markierung der MEAs im Integer-Feld . . . . .	33
3.7	Entkopplung des Parametergitters für den ungeschlitzten (links) und den geschlitzten (rechts) Fall . . . . .	35
4.1	Anwendung der Zeta-Funktion auf den ungeschlitzten Fall (Messabstand 2.95cm, MEA-Auflösung $3 \times 3$ ) mit $d\zeta = 2$ (Angaben dimensionslos) . . . .	41
4.2	Stromdichteverlauf für den geschlitzten Fall mit eingebautem Defekt (Einheiten in $A/m^2$ ) . . . . .	42
4.3	Ableitung der Stromdichte nach einem Steg-Strom (Einheiten sind $A/(m \cdot S)$ )	45
4.4	Ableitung des Magnetfelds nach einem Steg-Strom (Einheiten sind $A/S$ ) . .	46
4.5	Stack mit 5 ausmodellierten Zellen, 2 zu untersuchenden MEAs und 8 Stegen in 3D-Darstellung . . . . .	47
4.6	$\zeta$ -Funktion für eine Messpunkt-Anordnung um den kompletten Stack (3.15cm) und den 8 zusätzlichen Punkten (1mm) . . . . .	48

4.7	Messpunktreduktion mit $d\zeta = 1$ für eine Messpunkt-Anordnung um den kompletten Stack ( $3.15cm$ ) und den 8 zusätzlichen Punkten ( $1mm$ ) . . . . .	49
4.8	Schematische Querschnittsdarstellung zweier benachbarter Aluminium-Platten mit jeweils 4 ausmodellierten Schlitten . . . . .	50
5.1	Steg-Ströme $i_{s_1}$ bis $i_{s_4}$ . . . . .	55

# Tabellenverzeichnis

4.1	Legende . . . . .	39
4.2	Ergebnisse für eine zu untersuchende Zelle mit ungeschlitzten Alu-Platten (Rekonstruktion der Stromdichte aus dem Magnetfeld) . . . . .	40
4.3	Ergebnisse für eine zu untersuchende Zelle mit geschlitzten Alu-Platten (Re- konstruktion der Stromdichte aus dem Magnetfeld) . . . . .	41
4.4	Vergleich der Ergebnisse des ungeschlitzten mit dem geschlitzten Fall für $3 \times 3$	43
4.5	Ergebnisse für eine zu untersuchende Zelle mit geschlitzten Alu-Platten (Re- konstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld) . . . . .	44
4.6	Ergebnisse für zwei zu untersuchende Zellen mit geschlitzten Alu-Platten (Rekonstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld) . . . . .	47
4.7	Ergebnisse für drei zu untersuchende Zellen mit geschlitzten Alu-Platten, die unmittelbar benachbart sind (Rekonstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld) . . . . .	49
4.8	Ergebnisse für eine zu untersuchende Zelle mit 4 Schlitzten pro Alu-Platte (Rekonstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld) . . . . .	51
4.9	Ergebnisse für eine zu untersuchende Zelle mit 6 Schlitzten pro Alu-Platte (Rekonstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld) . . . . .	51
4.10	Ergebnisse für zwei zu untersuchende Zellen mit 4 Schlitzten pro Alu-Platte (Rekonstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld) . . . . .	51
4.11	Ergebnisse für drei zu untersuchende Zellen mit 4 Schlitzten pro Alu-Platte (Rekonstruktion der Steg-Ströme aus dem Magnetfeld) . . . . .	52
5.1	Ströme an den Stegen $s_1$ und $s_2$ . . . . .	55





# Danksagungen

Besonders möchte ich mich bei

Herrn Prof. Dr. rer. nat. Reißel für die Übernahme des Hauptreferats und

Herrn Dr. rer. nat. Lustfeld als Koreferent

sowie für deren fachliche Unterstützung bei der Arbeit bedanken.

Ein weiterer Dank gilt

Herrn Hirschfeld,

Herrn Dr. rer. nat. Steffen und

Herrn Heinen

sowie

Frau Gülak für die gelungene Zusammenarbeit.

Jül-4311  
Oktober 2009  
ISSN 0944-2952